

Journal of Insurance and Finance

The Generation and Analysis of the Interest Rate
Shock Scenarios Using DNS Model

Hyeon-Wuk Tae ·
Geonyoup Noh · Byung-June Kim ·
Bong-Gyu Jang · Kyoung Gook Park

교환옵션가격결정모형에 근거한 예금보험료 합리화 방안
에 관한 연구: 생명보험업을 중심으로

성주호 · 김대환 · 이동화

Corporate Demand for Insurance and Product Market
Competition: An Empirical Investigation

Yunah Song

A Study for Stochastic Lapse Model Under IFRS 17

Changsu Ouh · Sangwook Song

보험금융연구

DNS 모형을 통한 금리 충격 시나리오 산출 및
분석

태현욱 · 노건엽 · 김병준 ·
장봉규 · 박경국

Exchange Option Pricing Approach to
Deposit Insurance Premium for Korean
Life Insurance

Jooho Sung ·
Daehwan Kim ·
Donghwa Lee

산업경쟁도가 기업의 보험수요에 미치는 영향

송윤아

IFRS 17하의 확률론적 해지율 모형에
관한 연구

오창수 · 송상욱

편집위원회

위원장	오창수(한양대학교 교수)	
편집위원	권용재(국민대학교 교수)	
	김 범(송실대학교 교수)	
	김은경(한국외국어대학교 교수)	
	박기영(연세대학교 교수)	
	박소정(서울대학교 교수)	
	변희섭(한림대학교 교수)	
	윤석명(보건사회연구원 연구위원)	
	이상호(전남대학교 교수)	
	전희주(동덕여자대학교 교수)	
	정세창(홍익대학교 교수)	
	정중영(동의대학교 교수)	
	조석희(안동대학교 교수)	
	조혜진(인천대학교 교수)	
	한상범(경기대학교 교수)	
	Hua Chen(Temple University)	
	Kili Chiling Wang(Tamkang University)	〈가나다순〉
편집간사	정원석(보험연구원 연구위원)	

본지에 게재된 논문은 집필자 개인의 의견이며 보험연구원의 공식의견이 아님을 밝힙니다.

보험금융연구 제30권 제2호 (통권 제95호)

발행일 2019년 5월 31일
발행인 안철경
편집인 오창수
발행처 보험연구원
등 록 2016년 9월 23일 영등포바 00139
주 소 07328 서울시 영등포구 국제금융로6길 38 전화: 02-3775-9055
Fax: 02-3775-9105 E-mail: journal@kiri.or.kr
인 쇄 신우씨앤피

정가 10,000원

DNS 모형을 통한 금리 충격 시나리오 산출 및 분석*

The Generation and Analysis of the Interest Rate Shock Scenarios Using DNS Model

태 현 옥**·노 건 업***·김 병 준****·장 봉 규*****·박 경 국*****

Hyeon-Wuk Tae·Geonyoup Noh·Byung-June Kim·Bong-Gyu Jang·Kyoung Gook Park

본 연구는 DNS 모형을 바탕으로 금리 충격 시나리오를 산출하여 금리 충격이 발생했을 때 이자율 기간구조에 어떠한 영향이 나타나는지 분석하였다. 평균회귀충격, 수준상승충격, 수준하강충격, 비틀림상승충격, 비틀림하강충격의 다섯 종류의 금리 충격 시나리오를 생성하였으며 금리 충격 시나리오 생성과정에서 전제된 다양한 가정들에 대해 민감도 분석을 진행하였다. 각 금리 충격 시나리오들은 이자율 곡선에 각기 다른 형태의 영향을 가하며 금리 충격 전후로 금리 차이가 크게 발생하므로 이러한 금리 충격 위험요인에 대처가 필요함을 알 수 있다. 또한 기존에 주로 사용한 PCA 방법으로 금리 충격 시나리오와의 차이를 분석하였다. PCA의 세 주성분과 DNS의 세 요인은 밀접한 관련성을 나타냈다. 하지만 DNS의 경우 세 요인을 통해 간접적으로 다양한 종류의 금리 충격 시나리오가 생성되기 때문에 DNS 모형이 세분화된 위험 관리의 측면에서는 좀 더 적절함을 알 수 있다. 금리리스크 모형에 대한 다양한 분석과 비교를 통해 국내환경에 적합한 모형을 선정하는 것이 필요할 것이다.

국문 색인어: 신지급여력제도, 금리리스크, 동적벨스시겔모형, 주성분분석

한국연구재단 분류 연구분야 코드: B050704, B051600

* 본 연구는 금융감독원 및 보험개발원의 공식적인 의견과 다를 수 있음을 밝힙니다. 저자 중 김병준, 장봉규는 2018년 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 본 연구를 수행하였습니다. (NRF-2017R1A2B4006224)

*** KB 증권, 공학박사(taehy@postech.ac.kr), 제1저자

*** 보험개발원 팀장, 통계학박사(gynoh@kidi.or.kr), 교신저자

*** POSTECH 산업경영공학과 박사과정(kbj219@postech.ac.kr), 공동저자

*** POSTECH 산업경영공학과 교수(bonggyujang@postech.ac.kr), 공동저자

*** 금융감독원 수석조사역, 경영학박사, ASA, CFA(kgpark@fss.or.kr), 공동저자

논문 투고일: 2018. 10. 11, 논문 최종 수정일: 2019. 04. 19, 논문 게재 확정일: 2019. 05. 16

I. 서론

금리는 보험, 채권, 주식, 부동산 등의 다양한 금융상품 가격에 큰 영향을 주는 동시에 개인, 기업 자산 및 부채 평가 금액의 기준이 되기 때문에 금리의 변동위험을 예측하고 대비하는 것은 아주 큰 의미를 지닌다.

최근 국내 보험산업은 보험 제도의 큰 변혁기를 겪고 있다. 보험계약 국제회계기준(IFRS17)과 新지급여력제도(K-ICS)가 2022년에 시행될 예정이다.¹⁾ 새로운 IFRS17 및 K-ICS는 평가시점의 경제적 상황이 반영된다는 것이 현 제도와의 가장 큰 차이로, 금리 상황에 따라 자산, 부채 등의 평가금액이 변화한다. 또한, FY'10년부터 운영 중인 책임준비금 적정성평가(LAT)는 과거 금리 통계 기반에서 평가시점 금리 곡선에 기반한 금리시나리오로 2017년 말 변경되었다.

IFRS17에서는 보험부채의 옵션 및 보증 평가를 위해 금리모형에서 생성된 금리시나리오가 필요하며, K-ICS는 금리리스크 평가를 위해 금리 곡선에 대한 충격 시나리오 산출모형을 검토해야 한다. 노건엽·장봉규·태현욱(2016)은 혼합모형을 이용하여 금리연동형 상품 평가를 위한 금리 시나리오 산출방법을 제안하였다. 또한 노건엽(2018)은 보험사 금리리스크 측정을 위한 충격 시나리오 방식의 모형을 소개하였다. 보험산업의 재무건전성 제도 변화에 따라 국내 보험감독 환경에 적합한 금리시나리오 모형의 운영체계에 대한 방안을 고민해야 할 시점이다.

IFRS17 도입 이전의 보험 산업 규제로는 위험기준 지급여력제도(Risk Based Capital, 이하 RBC 제도)와 SolvencyII가 있다. RBC 제도는 금융감독원이 기존의 EU 방식의 지급여력제도를 전면적으로 개편하여 2009년 도입한 제도로 현행 회계기준하에서 산출된 정보를 이용하여 보험회사에 노출된 다양한 리스크를 산출하고 이에 상응하는 자본을 보유하도록 요구한다. SolvencyII는 EU가 2016년에 도입한 제도로 자산·부채 시가평가, 보유 리스크에 따른 차별적인 요구자본량이 두드러지는 특징이라고 볼 수 있다.

RBC 제도에서는 금리위험액을 향후 1년간 금리변동에 따른 순자산가치 변동으로 정의

1) 금융위원회·금융감독원 보도자료('보험 자본건전성 선진화 추진단' 구성 및 제1차 회의 개최, 2018.11.27.)에서 IFRS17 도입시기와 동일하게 '22년 시행 추진을 언급하였다.

하여 듀레이션 갭 방식으로 측정한다. 그러나 듀레이션 갭 방식은 금리변동과 자산가치의 선형적 관계를 가정하며 만기별 금리 변동수준 차이를 반영하지 못한다는 한계가 명확하다. 그러므로 순자산가치의 변동을 듀레이션 갭 방식이 아닌 금리 충격 시나리오를 통해 산출하는 것이 더 적절하다고 볼 수 있으며, SolvencyII에서의 금리리스크는 PCA 방법을 통한 금리 충격 시나리오를 생성하여 상대충격량 방식으로 측정된다. 하지만 PCA 방법을 통한 금리 충격 시나리오 생성 또한 한계점이 존재한다. PCA에서는 금리리스크가 기간 구조의 변동성만을 산정하기에 금리의 평균회귀현상을 반영하지 못한다. 또한 Solvency II 에서와 같이 상대충격량 방식을 사용할 경우 금리의 절대적 크기에 따라 충격 수준도 비례하는 현상이 발생하여 금리변동을 적절히 반영하지 못하게 된다(Charpentier and Villa, 2010).

이에 대한 대안으로 DNS 모형을 이용한 금리리스크 산정 방법이 여러 연구와 보고서에 서 제시되고 있다. Nelson, C. and A., Siegel(1987)은 작은 수의 요인들을 통해 이자율 곡선을 추정하는 Nelson-Siegel 모형을 제시하였다. 이후 Diebold, F. and C., Li(2006), Diebold, F., et al.(2008)은 기존의 Nelson-Siegel 모형을 확장하여 금리 기간구조의 동태적 움직임을 확률적으로 고려할 수 있는 DNS 모형을 제시하였다. IAIS(International Association of Insurance Supervisors)에서는 2020년부터 IAIG(Internationally Active Insurance Group)에 적용할 자기자본 규제인 ICS(Insurance Capital Standard)를 제정하기 위해 필드테스트를 진행 중이다. 2016년 필드테스트에서는 PCA 방식을 이용하여 금리리스크를 산출하였으나 2017년, 2018년 보고서에는 DNS 모형을 이용하여 금리리스크를 산출하였다(IAIS, 2016, 2017, 2018). 임준환·최장훈·한성원(2018)은 다양한 방식의 보험부채평가 방법을 비교하였으며 DNS 모형을 통한 금리 충격 시나리오도 분석하였다. 다만 DNS 모형의 세 요소 및 모수를 추정하는 과정에서 시계열로써 분석한 것이 아니라 고정된 값으로 다루었다는 점에서 한계가 있다.

본 연구에서는 DNS 모형을 통해 금리 충격 시나리오를 생성하여 금리 충격이 이자율 기간구조에 어떠한 영향을 주는지 살펴본다. 살펴볼 금리 충격은 DNS 모형의 수준요인, 기울기 요인, 곡률 요인을 통해 생성된 평균회귀충격, 수준상승충격, 수준하강충격, 비틀림상승충격, 비틀림하강충격이다. 이때 금리 충격 시나리오 생성 과정에서 사용된 다양한

가정들에 대한 민감도 분석 또한 수행되었다. 또한 DNS 모형을 통해 생성된 금리 충격 시나리오가 PCA 방법으로 생성된 금리 충격 시나리오와 어떤 차이점을 가지고 있는지 비교·분석한다.

본 연구의 구성은 다음과 같다. 2장에서 DNS 모형을 이용하여 금리에 대한 충격 시나리오를 생성하는 방법과 결과를 설명한다. 3장은 DNS 모형 생성 가정 중 금리 데이터 만기, 데이터 생성주기, 장기선도금리, 금리 충격 후 발생시점에 대해 분석하고 국채와 스왑 금리 사용 결과를 비교한다. 4장에서는 PCA를 이용하여 금리 충격 시나리오 생성 후 DNS 결과를 비교한다. 마지막으로 연구결과를 요약하고 국내환경에 적합한 금리리스크 모형 선정에 대한 필요성을 시사한다.

II. DNS 모형을 사용한 금리 충격 시나리오 생성

1. DNS 모형

DNS 모형은 금리 충격 시나리오를 생성하고 이에 따라 현물 수익률 곡선이 어떠한 영향을 받는지 분석할 수 있는 모형이다. DNS 모형에서 금리 충격 시나리오를 생성하기 위해서는 금리 충격을 설명하는 요인들을 추정해야 한다. 현물 수익률 곡선의 단기 구간에서 해당 요인의 변동에 따라 충격이 가해졌을 때 전체적인 현물 수익률 곡선이 어떠한 영향을 받는지 보여줄 것이다.

본 연구에서는 두 가지 현물 수익률 곡선이 사용된다. 첫 번째 현물 수익률 곡선은 시장에서 거래되고 있는 금융 상품의 가격을 바탕으로 생성된 것으로, 금리 충격의 요인을 추정하기 위한 현물 수익률 곡선이다. 이때 금리 충격 시나리오의 목적에 따라 국채 또는 스왑 금리에서 금리 충격 요인을 추정할 수 있다. 두 번째 현물 수익률 곡선은 금리 충격을 가할 현물 수익률 곡선으로, IAIS(2018)에서 제공하고 있는 각 국가의 보험사 포트폴리오 특성을 반영한 현물 수익률 곡선²⁾이다. 따라서 본 연구에서는 첫 번째 현물 수익률 곡선에

2) 즉, 기본 무위험수익률 곡선에 스프레드가 반영된 무위험수익률 곡선을 말한다.

서 현재 시장에서 거래되고 있는 금융 상품을 바탕으로 금리 충격 요인을 추정한 다음, 두 번째 현물 수익률 곡선에 가해지는 금리 충격의 시나리오를 생성한다. 금리 충격은 두 번째 현물 수익률 곡선의 단기 구간에 가해지며, 단기적인 충격이 전체적인 현물 수익률 곡선에 미치는 영향을 관찰할 것이다.

우선 시장에서 거래되고 있는 금융 상품의 가격을 이용해 첫 번째 현물 수익률 곡선을 생성해야 하며 Smith-Wilson, Bootstrapping 등의 방법을 이용할 수 있다. 그리고 생성된 현물 수익률 곡선을 이용해 DNS 모형에서의 각 요인을 추정하고, 이를 토대로 금리 충격 시나리오를 생성한다.

시점 T 에 1을 지급하는 무이표 채권의 가격을 시점 t 에서 본 값을 $P(t, T)$ 라고 하자. 이 때, 시점 t 에서 본 기한(Tenor) τ 에 대한 현물 수익률 $y_t(\tau)$ 는 다음과 같이 정의된다:

$$y_t(\tau) := -\frac{\log(P(t, t+\tau))}{\tau}. \quad (1)$$

시장에서 거래되고 있는 무이표 채권의 가격을 기반으로 Smith-Wilson Technique, Bootstrapping 등으로 현물 수익률 $y_t(\tau)$ 의 값을 유도해 낼 수 있다.

Diebold, F., et al.(2006)의 DNS 모형에서는 현물수익률을 다음과 같이 모형화하였다:

$$y_t(\tau) := l_t + s_t \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + c_t \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right). \quad (2)$$

이때 요인 l_t, s_t, c_t 에 대한 부하>Loading)는 각 요인에 곱해진 상수 1, τ 에 대한 감소 함수 $\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau}$, τ 에 대한 오목함수 $\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau}$ 이며, 각 부하는 λ 의 값에 따라 결정된다. λ 는 지수적 감소를 의미하는 값으로 작은 값을 가지면 긴 만기의 이자율에 잘 맞으며, 큰 값을 가지면 짧은 만기의 이자율 값에 적합하다. l_t 는 시간의 흐름에 따라 지수적 감소(Exponential decay)를 보이지 않으므로 장기적인 금리의 수준(Level)으로 해석될 수 있다. s_t 는 부하 $\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau}$ 가 1에서 시작하여 점차 감소하기 때문에 단기적인 요인을

의미하며 금리 곡선의 기울기(Slope)로 해석될 수 있다. c_t 는 부하 $\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau}$ 가 0에서 증가하다 다시 감소하여 0으로 수렴하는 형태이기에 중기적 요인을 의미하며 금리 곡선의 곡률(Curvature) 요인으로 해석될 수 있다.

현물수익률을 결정짓는 l_t, s_t, c_t 는 시간에 따라 다른 값을 가지기 때문에 DNS 모형은 시간의 흐름에 따라 다양한 현물수익률 곡선을 생성할 수 있다. Diebold, F. and C., Li(2006)는 AR(1) 모형을 따르는 세 요인 l_t, s_t, c_t 를 통해 현물수익률을 정확히 근사할 수 있으며 이러한 이자율 모형이 금리 기간구조를 적합(Fitting)한다고 밝혔다(Diebold, F. and C., Li, 2006).

본 연구에서는 l_t, s_t, c_t 이 AR(1) 모형 대신 평균회귀모형을 따른다고 가정하고, l_t, s_t, c_t 의 모형에 대한 모수를 우선 추정하고 이를 바탕으로 금리 충격 시나리오를 제시한다. l_t, s_t, c_t 가 아래의 확률미분방정식(Stochastic differential equation)을 따른다고 가정하자:

$$d \begin{bmatrix} l_t \\ s_t \\ c_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa_{11}^P & \kappa_{12}^P & \kappa_{13}^P \\ \kappa_{21}^P & \kappa_{22}^P & \kappa_{23}^P \\ \kappa_{31}^P & \kappa_{32}^P & \kappa_{33}^P \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \theta_1^P \\ \theta_2^P \\ \theta_3^P \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_t \\ s_t \\ c_t \end{bmatrix} \right) dt + \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\omega_{1,t} \\ d\omega_{2,t} \\ d\omega_{3,t} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

이때 평균회귀모수 부분을 일반적인 행렬이 아닌 대각 행렬로 고려할 수 있다. IAIS(2017)은 일반적인 행렬을 이용한 금리 충격 시나리오가 대각 행렬을 이용한 것에 비해 큰 차이가 없었다고 밝혔다(IAIS, 2017). 실제로 일반적인 행렬을 사용하여 l_t, s_t, c_t 를 추정하고 금리 충격 시나리오를 생성하여도 대각 행렬을 사용한 경우와 유의미한 차이가 발견되지 않았으며, 추가적인 경제적 의미를 제시하지 않는다면 모형의 복잡도 및 계산 비용을 고려할 때 대각행렬을 가정하는 것이 더 효율적이라고 볼 수 있다.³⁾ 평균회귀모수 행렬을 대각행렬로 가정했을 때의 l_t, s_t, c_t 의 움직임은 다음과 같다:

3) 대각행렬을 가정하였을 경우의 결과는 <Appendices>에 서술하였다.

$$d \begin{bmatrix} l_t \\ s_t \\ c_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa_{11}^P & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_{22}^P & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_{33}^P \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \theta_1^P \\ \theta_2^P \\ \theta_3^P \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_t \\ s_t \\ c_t \end{bmatrix} \right) dt + \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dw_{1,t} \\ dw_{2,t} \\ dw_{3,t} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

본 연구에서는 이를 다음과 같이 축약하여 표기한다:

$$dX_t = K(\Theta - X_t) + \Sigma dW_t, \\ X_t = \begin{bmatrix} l_t \\ s_t \\ c_t \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} \kappa_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_{33} \end{bmatrix}, \Theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}, \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}, dW_t = \begin{bmatrix} dw_{1,t} \\ dw_{2,t} \\ dw_{3,t} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

모수의 값을 알 수 있다면 식 (4)에 의해 l_t, s_t, c_t 의 움직임을 유도해낼 수 있고, 이에 따른 현물수익률 곡선을 산출할 수 있다.

모수 추정을 위해 식 (4)를 이산화(Discretize)시킨 시계열 모형은 다음과 같다:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta l_{t_n} \\ \Delta s_{t_n} \\ \Delta c_{t_n} \end{bmatrix} &:= \begin{bmatrix} \Delta l_n \\ \Delta s_n \\ \Delta c_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{n+1} - l_n \\ s_{n+1} - s_n \\ c_{n+1} - c_n \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \kappa_{11}^P & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_{22}^P & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_{33}^P \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \theta_1^P \\ \theta_2^P \\ \theta_3^P \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_n \\ s_n \\ c_n \end{bmatrix} \right) \Delta_n + \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \sqrt{\Delta_n} \begin{bmatrix} Z_{1,n+1} \\ Z_{2,n+1} \\ Z_{3,n+1} \end{bmatrix}, \quad (6) \\ \Leftrightarrow \Delta X_{t_n} &:= \Delta X_n = K(\Theta - X_n) \Delta_n + \Sigma \sqrt{\Delta_n}. \end{aligned}$$

이때, $\Delta_n := t_{n+1} - t_n, n = 1, \dots, N-1$ 는 각 데이터 시점의 시간간격을 의미하며, $Z_{n+1} \sim MN(0_{3 \times 1}, I_3)$ 는 3차원의 표준다변량정규분포(Standard multivariate normal distribution)를 따르는 값이다. 표기의 편의를 위해 $l_{t_n}, s_{t_n}, c_{t_n}, X_{t_n}$ 을 각각 l_t, s_t, c_t, X_t 으로 표기한다. 식(6)을 변형하면 다음과 같다:

$$\begin{cases} \Delta l_n = \beta_{1,1} + \beta_{1,2}l_n + \epsilon_{1,n+1} \\ \Delta s_n = \beta_{2,1} + \beta_{2,2}s_n + \epsilon_{2,n+1}, \\ \Delta c_n = \beta_{3,1} + \beta_{3,2}c_n + \epsilon_{3,n+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Y_{1,n} = \beta_{1,1} + \beta_{1,2}X_{1,n} + \epsilon_{1,n+1} \\ Y_{2,n} = \beta_{2,1} + \beta_{2,2}X_{2,n} + \epsilon_{2,n+1}. \\ Y_{3,n} = \beta_{3,1} + \beta_{3,2}X_{3,n} + \epsilon_{3,n+1} \end{cases} \quad (7)$$

이 때, $\beta_{1,1} = \kappa_{11}^P \theta_1^P \Delta_n$, $\beta_{2,1} = \kappa_{22}^P \theta_2^P \Delta_n$, $\beta_{3,1} = \kappa_{33}^P \theta_3^P \Delta_n$,
 $\beta_{1,2} = -\kappa_{11}^P \Delta_n$, $\beta_{2,2} = -\kappa_{22}^P \Delta_n$, $\beta_{3,2} = -\kappa_{33}^P \Delta_n$,
 $\epsilon_{n+1} := [\epsilon_{1,n+1} \ \epsilon_{2,n+1} \ \epsilon_{3,n+1}]^T \sim MN(0_{3 \times 1}, \Omega)$, $\Omega = \Sigma \Sigma' \Delta_n$.

이때, 각 모수 $\beta_{i,1}$, $\beta_{i,2}$ 의 추정치 $\hat{\beta}_{i,1}$, $\hat{\beta}_{i,2}$ 는 다음과 같이 주어진다:

$$(\hat{\beta}_{i,1}, \hat{\beta}_{i,2}) = \operatorname{argmin}_{(\beta_{i,1}, \beta_{i,2})} \sum_{n=1}^{N-1} (Y_{i,n} - \beta_{i,1} - \beta_{i,2}X_{i,n})^2. \quad (8)$$

이를 정리하면, 현물수익률 데이터를 통해 추정치 $\hat{\beta}_{i,1}$, $\hat{\beta}_{i,2}$ 를 계산할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta}_{i,1} \\ \hat{\beta}_{i,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\overline{X_i^2 Y_i} - \overline{X_i} \overline{X Y_i}}{\overline{X_i^2} - \overline{X_i}^2} \\ \frac{\overline{X Y_i} - \overline{X_i} \overline{Y_i}}{\overline{X_i^2} - \overline{X_i}^2} \end{bmatrix}, \quad \overline{A_i} := \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^{N-1} A_{i,n} \text{ for } A. \quad (9)$$

따라서 시장에서 거래되고 있는 채권, 스왑 등에 내재된 현물수익률로부터 각 모수의 추정치 $\hat{\beta}_{i,1}$, $\hat{\beta}_{i,2}$ 를 구할 수 있다. 이때 잔차항과 잔차항의 분산 Ω 의 추정치 $\hat{\Omega}$ 는 다음과 같다⁴⁾:

4) 여기에서 사용되는 추정치 $\hat{\Omega}$ 는 정확한 비편향 추정치는 아니다. 그러나 정확한 비편향 추정치는 본 식과 결과상의 큰 차이가 없음을 Dattalo, P.(2013), Ezequiel, U.(2013)의 기법을 통해 알 수 있다.

$$\hat{\Omega}^{true} = \begin{bmatrix} \frac{1}{N-3} & \frac{1}{N-4+CX(1,2)^2} & \frac{1}{N-4+CX(1,3)^2} \\ \frac{1}{N-4+CX(2,1)^2} & \frac{1}{N-3} & \frac{1}{N-4+CX(2,3)^2} \\ \frac{1}{N-4+CX(3,1)^2} & \frac{1}{N-4+CX(3,2)^2} & \frac{1}{N-3} \end{bmatrix} \circ (\widehat{e_{N-1 \times 3}})' (\widehat{e_{N-1 \times 3}}) \simeq \frac{1}{N-3} ee'.$$

이때, $\circ$ 는 두 행렬의 아다마르 곱(Hadamard product)이다.

$$\begin{aligned}
e &= \begin{bmatrix} e_{1,1} & e_{1,2} & \dots & e_{1,N-1} \\ e_{2,1} & e_{2,2} & \dots & e_{2,N-1} \\ e_{3,1} & e_{3,2} & \dots & e_{3,N-1} \end{bmatrix}, \\
e_{1,n} &= Y_{1,n} - (\widehat{\beta}_{1,1} + \widehat{\beta}_{1,2} X_{1,n}), \\
e_{2,n} &= Y_{2,n} - (\widehat{\beta}_{2,1} + \widehat{\beta}_{2,2} X_{2,n}), \\
e_{3,n} &= Y_{3,n} - (\widehat{\beta}_{3,1} + \widehat{\beta}_{3,2} X_{3,n}). \\
\widehat{\Omega} &= \frac{1}{N-3} ee'.
\end{aligned} \tag{10}$$

따라서 식 (7), (9), (10)에 의하면 모수는 다음과 같이 추정가능하다.

$$\begin{aligned}
\kappa_{ii}^P &= -\frac{\widehat{\beta}_{i,2}}{\Delta_n}, \\
\theta_i^P &= \frac{\widehat{\beta}_{i,1}}{\kappa_{ii}^P \Delta_n} = -\frac{\widehat{\beta}_{i,1}}{\widehat{\beta}_{i,2}}, \\
\widehat{\Sigma} &= chol(\widehat{\Omega}) / \sqrt{\Delta_n} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{11}$$

l_t, s_t, c_t 의 모형에 사용되는 모수 추정에 대해 살펴보았으므로 이를 이용하여 어떻게 금리 충격 시나리오를 생성할 수 있는지 살펴보도록 하자. Karatzas and Shreve(2012)에 의하면 식 (4)는 다음과 같이 표현할 수 있다:

$$\begin{bmatrix} l_t \\ s_t \\ c_t \end{bmatrix} = \Phi_t \left\{ \begin{bmatrix} l_0 \\ s_0 \\ c_0 \end{bmatrix} + \int_0^t \Phi_s^{-1} A \, ds + \int_0^t \Phi_s^{-1} \Sigma \, dW_s \right\}. \tag{12}$$

이때 $\Phi_t = \exp(-Kt)$, $A = K\Theta$ 이다. 따라서 t 시점의 누적 변화량 $\Delta D_t = X_t - X_0$ 은 다음과 같다:

$$\Delta D_t = (I - e^{-Kt})(\Theta - X_0) + \int_0^t e^{-K(t-s)} \Sigma \, dW_s. \tag{13}$$

따라서, 식(13)에 의해 $t = 0$ 의 ΔD_t 는 다변량 정규분포(Multivariate normal distribution)을 따르는 확률변수이다. 이때 ΔD_t 의 평균 μ , 분산 ν 은 다음과 같다.

$$\mu = (I - e^{-Kt})(\Theta - K), \quad \nu = \int_0^t e^{-K(t-s)} \Sigma \Sigma^T e^{-K(t-s)} ds. \quad (14)$$

분산 ν 의 콜레스키 분해(Cholesky decomposition)로 생성된 하방삼각행렬(Lower triangular matrix)을 M 라 가정하면(즉, $M = \text{chol}(\nu)$), ΔD_t 를 다음과 같이 표현할 수 있다:

$$\begin{aligned} \Delta D_t(e) &\doteq \mu + M\mathbf{e}, \\ \mathbf{e} &\sim MN(0_{3 \times 1}, I_3), \\ 0_{3 \times 1} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (15)$$

여기서, $A \doteq B$ 는 A 와 B 가 같은 확률분포(Probability distribution)를 가짐을 의미한다. $\mathbf{e}$ 는 표준 다변량 정규분포를 따른다. 그러므로 ΔD_t 는 $M\mathbf{e}$ 의 값에 의해 결정되는 함수로 볼 수 있으며, 금리 충격 시나리오에 $M\mathbf{e}$ 에 의해 정해진다.

본 연구에서는 IAIS(2017)의 주성분 형태의 분석을 적용하여 3차원 벡터 $\mathbf{e}$ 를 가장 잘 설명하는 2개의 벡터를 추출한다. 이는 두 개의 벡터만으로도 설명력이 약 99.14%로 매우 높기 때문이다.⁵⁾ 이를 바탕으로 2차원 평면상에서 충격 $\Delta D_t(\mathbf{e})$ 을 관찰하고 충격에 대한 시나리오를 생성 및 분석한다. 주성분 형태의 분석을 위해서는 먼저 충격 $\Delta D_t(\mathbf{e})$ 의 각 요소의 단위를 맞춰주어야 한다. 이를 위하여 스케일링 요인(Scaling factor) S 를 곱한 확률변수 X_t 를 아래와 같이 정의한다:

5) 고유값이 높은 순으로 각각 0.0112, 0.003, 0.001의 고유값을 가진다.

$$\begin{aligned}
X_t &= S \Delta D_t, \\
S &= \begin{bmatrix} S_1 & 0 & 0 \\ 0 & S_2 & 0 \\ 0 & 0 & S_3 \end{bmatrix}, \quad S_1 = \sum_{\tau=1}^{LOT} 1, \\
S_2 &= \sum_{\tau=1}^{LOT} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right), \quad S_3 = \sum_{\tau=1}^{LOT} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right).
\end{aligned} \tag{16}$$

여기에서 LOT 는 관찰 가능한 최대만기(Last Observed Term)을 의미한다. 행렬 S 의 각 대각원소는 DNS 모형에서 현물 수익률을 결정하는 각 요인 l_t, s_t, c_t 에 곱해지는 부하를 현재부터 관찰 가능한 최대만기까지 모두 더한 값이다. 이때, 충격 $\Delta D_t(e)$ 에 스케일링 요인 S 를 곱한 값인 벡터 X_t 는 다음을 만족한다:

$$X_t \doteq S\mu + N\epsilon, \quad N = SM. \tag{17}$$

X 의 공분산행렬(Covariance matrix) NN' 가 다음과 같이 대각화(Diagonalize)된다고 가정하자.

$$NN' = P \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \lambda_3 \end{bmatrix} P^{-1}, \quad \text{where } P = [P_1, P_2, P_3]. \tag{18}$$

여기서 $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ 는 NN' 의 고유값(Eigenvalue), P_1, P_2, P_3 는 각각 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 에 대응하는 정규직교(Orthonormal)의 고유벡터(Eigenvector)이다. 본 연구에서는 금리충격을 고유벡터에 대해 분해하여 다양한 금리 충격 시나리오를 살펴보고자 한다. 이때, 가장 작은 고유값 λ_3 에 해당하는 P_3 부분은 제외하고, P_1, P_2 를 충격 시나리오를 생성하는데 사용하도록 한다. 따라서 ΔD_t 에 대응되는 두 기본 충격 시나리오는 MP_1, MP_2 가 된다. 이는 충격 $\Delta D_t(P_1), \Delta D_t(P_2)$ 을 기반으로 금리 충격 시나리오를 생성하는 것을 의미한다.

금리 충격 시나리오는 (1) 평균회귀충격(Mean-reversion shock), (2) 수준충격(Level shock), (3) 비틀림충격(Twist shock)의 세 종류의 충격을 고려한다. 평균회귀충격은

DNS 모형에서 l, s, c 시계열이 정확히 평균회귀모형의 예측을 따를 때 발생하는 평균적인 충격을 의미한다(즉, $\Delta D_t = \mu, e \rightarrow 0$). 수준충격은 평균충격 시나리오에 비해 전체적으로 금리가 상승(하강)하는 시나리오를 의미하며, 비틀림충격은 평균회귀충격 시나리오에 비해 단기 금리는 상승(하강)하고 장기 금리는 하강(상승)하는 시나리오를 의미한다. 수준충격 및 비틀림 충격을 수리적으로 정의하기 위하여 충격 $\Delta D_t(P_1), \Delta D_t(P_2)$ 를 ϕ 만큼 회전시킨 충격 $R_{t,1}(\phi), R_{t,2}(\phi)$ 을 식(19, 20)으로 나타낸다:

$$R_{t,1}(\phi) = \cos(\phi)\Delta LSC_t(P_1) + \sin(\phi)\Delta LSC_t(P_2). \quad (19)$$

$$R_{t,2}(\phi) = \cos(\phi)\Delta LSC_t(P_2) - \sin(\phi)\Delta LSC_t(P_1). \quad (20)$$

식 (17)에 의해 두 충격 시나리오 $\Delta LSC_t(P_1), \Delta LSC_t(P_2)$ 은 MP_1, MP_2 와 같음을 알 수 있으므로 식 (19, 20)은 다음과 같다:

$$R_{t,1}(\phi) = \cos(\phi)MP_1 + \sin(\phi)MP_2. \quad (19')$$

$$R_{t,2}(\phi) = \cos(\phi)MP_2 - \sin(\phi)MP_1. \quad (20')$$

이때, MP_1, MP_2 은 서로 직교(Orthogonal)하지 않을 수 있다. 고유벡터 P_1, P_2 가 M 에 대한 고유벡터가 아니라 이를 스케일링한 N 에 대한 고유벡터이기 때문이다. 따라서 충격 $R_{t,1}(\phi), R_{t,2}(\phi)$ 을 스케일링하여 직교하는 두 벡터 NP_1, NP_2 로 표현하면 다음과 같다:

$$R_{t,1}(\phi)^* = S \cdot R_{t,1}(\phi) = \cos(\phi)NP_1 + \sin(\phi)NP_2. \quad (19'')$$

$$R_{t,2}(\phi)^* = S \cdot R_{t,2}(\phi) = \cos(\phi)NP_2 - \sin(\phi)NP_1. \quad (20'')$$

비틀림 충격은 만기 $\tau = 1$ 부터 만기 $\tau = LOT$ 까지 모든 만기 곡선에서 발생하는 충격량의 총합이 0이 되는 충격으로 볼 수 있다. 충격 시나리오 Me_1, Me_2 에 의해 τ 시점에 가해지는 충격을 $S_1(\tau), S_2(\tau)$ 라고 하자. $R_{t,2}(\phi)$ 가 비틀림 충격이 되게 하는 ϕ 를 ϕ' 라고 할 때, ϕ' 는 비틀림충격의 정의에 따라 다음 식을 만족한다:

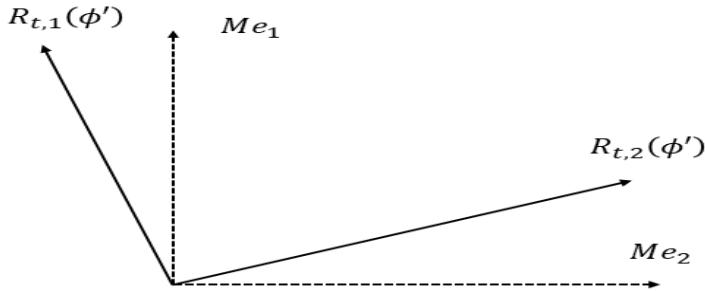
$$\sum_{\tau=1}^{LOT} (\cos(\phi') S_2(\tau) - \sin(\phi') S_1(\tau)) = 0. \quad (21)$$

따라서 식(21)에 의해 충격 $R_{t,1}(\phi')$, $R_{t,2}(\phi')$ 을 각각 수준충격과 비틀림충격으로 만드는 회전각도 ϕ' 는 다음과 같은 값을 가진다:

$$\phi' = \arctan\left(\sum_{\tau=1}^{LOT} S_2(\tau) / \sum_{\tau=1}^{LOT} S_1(\tau)\right). \quad (22)$$

충격 시나리오 Me_1 , Me_2 의 회전을 통한 수준충격과 비틀림충격은 <Figure 1>과 같이 나타난다.

<Figure 1> $R_{t,1}(\phi')$, $R_{t,2}(\phi')$ Generations from Me_1, Me_2 rotations



이를 바탕으로 충격을 주고자 하는 시점 t^{shock} 의 수익률 곡선 $y_{t^{shock}}(\cdot)$ 에 대해 평균회귀충격, 수준충격, 비틀림충격을 받은 수익률 곡선 $y_{t^{shock}}^m(\cdot)$, $y_{t^{shock}}^{lv\pm}(\cdot)$, $y_{t^{shock}}^{tw\pm}(\cdot)$ 은 각각 다음과 같다:

$$y_{t^{shock}}^m(\tau) = y_{t^{shock}}(\tau) + \left[1, \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau}, \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau}\right] M. \quad (23)$$

$$y_{t^{shock}}^{lv\pm}(\tau) = y_{t^{shock}}^m(\tau) \pm N^{-1}(0.995) \left[1, \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau}, \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau}\right] R_{t,1}(\phi') \quad (24)$$

$$y_{t^{shock}}^{tw\pm}(\tau) = y_{t^{shock}}^m(\tau) \pm N^{-1}(0.995) \left[1, \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau}, \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau}\right] R_{t,2}(\phi') \quad (25)$$

이러한 충격 시나리오는 시장에서 관찰할 수 있는 만기까지의 현물 수익률 곡선에 영향을 미치게 된다. 즉, $\{\tau_m^{shock}\}_{1 \leq m \leq M^{shock}}$ 에 대해서 $\{y_t^{shock}(\tau_m^{shock})\}_{1 \leq m \leq M^{shock}}$ 에 대해 충격받은 곡선들을 계산한다. 각 시나리오별 현물 수익률 곡선은 <Table 1>에 설명한다.

<Table 1> Types of Interest Rate Shocks and Their Explanations

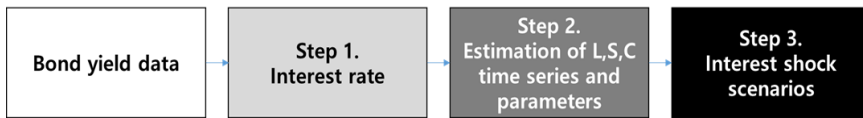
Scenarios	Interest rate curve (Segment 1)	LTFR	Explanation
Base	$y_t^{shock}(\tau_m^{shock}),$ $1 \leq m \leq M^{shock}$	4.5%	Interest rate curves without any shocks
Mean-reversion shock	$y_t^m(\tau_m^{shock}),$ $1 \leq m \leq M^{shock}$	4.6%	Scenarios in which the shock is at the average level of DNS model forecast
Level up shock	One of $y_t^{lv \pm}(\tau_m^{shock})$ with the largest average, $1 \leq m \leq M^{shock}$	5.05%	Scenarios in which interest rates rise overall over the Mean-reversion shock scenario
Level down shock	One of $y_t^{lv \pm}(\tau_m^{shock})$ with the lowest average, $1 \leq m \leq M^{shock}$	4.15%	Scenarios in which interest rates decline overall below the Mean-reversion shock scenario
Twist up to down shock	One of $y_t^{tw \pm}(\tau_m^{shock})$ which rises in short term, $1 \leq m \leq M^{shock}$	4.6%	Scenarios in which interest rates rise in the short term and decline in the long term compared to the Mean-reversion shock scenario
Twist down to up shock	One of $y_t^{tw \pm}(\tau_m^{shock})$ which declines in short term, $1 \leq m \leq M^{shock}$	4.6%	Scenarios in which interest rates decline in the short term and rise in the long term compared to the Mean-reversion shock scenario

2. DNS 모형을 이용한 충격 시나리오 생성

가. 데이터

금리 충격 시나리오를 생성하기 위해서는 금리 충격 요인인 l_t , s_t , c_t 시계열 및 시계열 모형의 모수가 필요하다. 이를 구하기 위해서는 현물 수익률 곡선이 요구되며 현물 수익률 곡선은 국채 수익률로부터 Smith-Wilson 방법을 통해 유도한다. DNS 모형을 이용해 충격 시나리오를 생성하는 과정은 〈Figure 2〉와 같다.

〈Figure 2〉 The Process of the Scenario Generation



금리 충격 요인을 추정하기 위해 사용되는 첫 번째 현물 수익률 곡선은 금융투자협회 채권정보센터의 국채 수익률 데이터를 활용하여 산출한다. 사용된 국채의 만기는 1년, 1.5년, 2년, 2.5년, 3년, 5년, 10년, 그리고 20년이며, 2007년 1월 5일부터 2017년 12월 29일까지의 주간 데이터를 사용하였다.⁶⁾ Smith-Wilson 방법을 사용하기 위해서는 현물 수익률 곡선의 만기가 길어짐에 따라 수렴하게 되는 값인 장기선도금리(Long Term Forward Rate; 이하 LTFR)가 요구되며 〈Table 1〉의 값을 사용하였다. EIOPA(2014)는 거시경제학적인 기대인플레이션과 기대실질성장율의 합으로 장기선도금리를 산출하고 이 결과를 이용해 노건엽·장봉규·태현욱(2016)은 장기선도금리를 4.2%로 설정하였다. 본 연구에서는 IAIS(2017)를 참고하여 장기선도금리를 4.5%로 가정하였다. 또한, 시나리오별로 장기선도금리가 다른 것은 금리 충격에 의해 장기선도금리 자체가 영향을 받아 값이 변동할 수 있기 때문이며 각 시나리오에 해당하는 값은 IAIS(2017)을 참고하였다.

6) 30년 만기 국채 수익률은 2012년 9월부터 데이터가 존재하므로 발행기간이 매우 짧아 신뢰성이 낮은 것으로 판단되어 제외하였다. 또한 1년 미만의 만기 데이터의 사용여부에 대한 민감도 분석은 3.1 절에서 다룬다. 한편, 모형에서 사용되는 시점들인 $\{t_n\}_{n=1}^N$, $t_n < t_{n+1}$, $n = 1, \dots, N-1$ 은 일정한 간격인 $\Delta_n = 1/52$ 을 가진다. 이는 주간 데이터를 사용했기 때문이다.

DNS 모형에서 각 요인의 부하를 조절하기 위한 모수인 λ 의 값은 Diebold, F. and C., Li(2006)의 0.0609를 사용하였다.⁷⁾ 이는 곡률 요인이 만기 $\tau = 30$ 에서 최대가 되는 값이다. 곡률 요인은 중기 금리에 영향을 주는 값으로 λ 값이 지나치게 낮아지면 단기 금리에 영향을, 반대로 λ 값이 지나치게 크면 장기 금리에 영향을 주게 되기 때문에 곡률 요인이 만기 $\tau = 30$ 에서 최댓값을 가지게 하는 λ 값을 설정하였다. l_t, s_t, c_t 시계열을 추정하기 위해 관찰하는 만기는 월 단위를 이용해 $\{\tau_m^{lsc}\}_{1 \leq m \leq M^{lsc}}$ 로 표기하며, 본 연구에서는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20년을 사용하였다.⁸⁾ 최종적으로 금리 충격을 가하여 시나리오를 생성할 두 번째 현물 수익률 곡선은 IAIS(2018)에서 제시한 무위험 이자율 곡선과 일반적 이자율 곡선을 사용하였다. 일반적 이자율 곡선은 기본 무위험 수익률 곡선에 스프레드가 반영된 무위험수익률 곡선이다. 스프레드는 보험사 자산 포트폴리오에서 신용위험을 차감하여 산출한다.

나. 충격 시나리오 산출 결과

Step 1. 현물 수익률 산출

우선 국채 수익률 데이터로부터 현물 수익률 곡선을 산출해야 한다. IAIS(2017)에 따르면 무위험 수익률 곡선은 만기에 따라 세 부분(Segment 1, Segment 2, Segment 3)으로 나눌 수 있다. Segment 1은 만기 0년~20년 구간으로 국채 혹은 스왑 등의 이자율 기반 금융 상품으로 얻을 수 있는 시장 정보에 기반을 둔 부분이다. Segment 2는 만기 20년~60년 구간으로 Smith-Wilson 방법을 통해 보외법(Extrapolation)으로 추정하는 부분이다. 마지막으로 Segment 3은 만기 60년~100년 구간으로 금리곡선이 안정적인 LTFR으로 수렴하는 부분이다. DNS 모형 캘리브레이션(Calibration), 즉 l, s, c 모형의 모수를 추정하는데 사용되는 금리 데이터는 그 중 Segment 1 구간이다. 국채 수익률은 <Table 2>와 같다.

7) 이때 모수 λ 는 만기 τ 의 단위에 따라 단위가 달라진다. 본 연구에서는 보험산업에서 일반적으로 사용하는 월 단위 만기를 사용하였으며, 이에 따라 모수 λ 에 12를 곱하면 연단위로 변환할 수 있다. 모수 λ 를 추정하는 방법은 <Appendices>에 서술하였다.

8) 이 경우 $M^{lsc} = 12$ 가 되며 $\tau_1^{lsc} = 12, \tau_2^{lsc} = 24, \dots, \tau_{12}^{lsc} = 360$ 을 만족한다. τ 를 월단위로 사용하는 것은 모수 λ 의 값을 Diebold, F. and C., Li(2006)를 따라 0.0609로 사용하기 위함이다.

국채의 수익률이 주어진 만기 T 에 대해 $y_T\%$ 이라는 것은 반년마다 이표를 $y_T/2 \times 10^{-2}$ 씩 지급하고 만기에 원금 1을 모두 상환하는 국채의 현재 시점 가격이 1이라는 의미이다.

〈Table 2〉 Bond Yield for Each Maturity – Segment 1

(Unit: %)

Time/ Maturity	3M	6M	9M	1Y	1.5Y	2Y	2.5Y	3Y	5Y	10Y	20Y
'16.12.30	1.312	1.45	1.512	1.562	1.612	1.635	1.66	1.64	1.807	2.092	2.162
'17.12.29	1.517	1.645	1.792	1.862	2.010	2.082	2.152	2.135	2.347	2.467	2.450

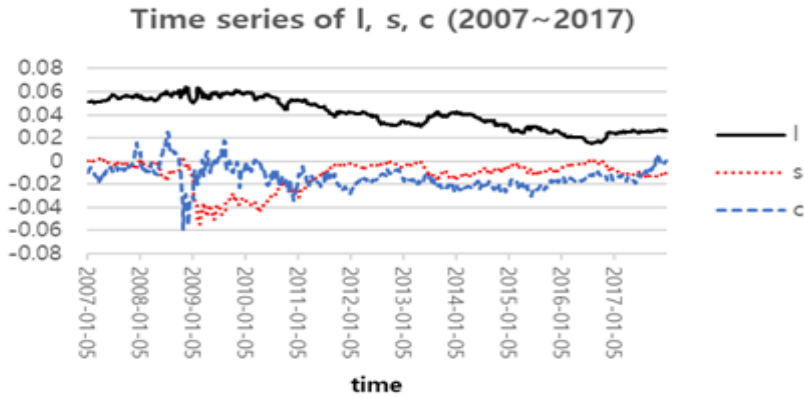
따라서 각 시점의 국채 수익률에 대해 만기별로 현금흐름을 투영(Projection)할 수 있으며, Smith-Wilson 방법을 통해 투영된 현금흐름으로부터 현물 수익률 $y_t(\tau)$ 을 산출할 수 있다. Smith-Wilson 방법은 이자율에 기반을 둔 금융 상품의 현재 시장가, 미래의 현금흐름 발생일 및 발생액으로부터 이자율 곡선을 산출하는 방법이다. 간단한 방법으로 이자율 곡선의 해석적인 값(Analytic value)을 구할 수 있으며 현금흐름을 알 수 있는 금융 상품이라면 모두 사용할 수 있다는 장점이 있지만, 반면 사용되는 모수 중 일부를 외부에서 가져와야 하며 경우에 따라 이자율 곡선이 감소하는 구간이 생길 수도 있다.

Step 2. $l_{t_n}, s_{t_n}, c_{t_n}$ 시계열 데이터 생성 및 시계열 모형 모수 추정

l_t, s_t, c_t 모형의 모수는 Step 1.에서 생성한 현물 수익률 곡선에서 얻은 특정 만기의 금리 값들을 통해 추정해낸다. 즉, 현물 수익률 곡선으로부터 각 시점의 $l_{t_n}, s_{t_n}, c_{t_n}$ 값을 계산해야한다. 이는 식 (2)에 가장 적합한 $l_{t_n}, s_{t_n}, c_{t_n}$ 값을 최적화 문제를 풀어 구할 수 있다. 주어진 시점 t_n 에 대해 $l_{t_n}, s_{t_n}, c_{t_n}$ 는 다음 최적화 문제의 해와 같다:

$$(l_{t_n}, s_{t_n}, c_{t_n}) = \underset{l, s, c}{\operatorname{argmin}} \sum_{m=1}^M \left(y_{t_n}(\tau_m^{LSC}) - \left(l + s \left(\frac{1 - e^{-\lambda \tau_m^{LSC}}}{\lambda \tau_m^{LSC}} \right) + c \left(\frac{1 - e^{-\lambda \tau_m^{LSC}}}{\lambda \tau_m^{LSC}} - e^{-\lambda \tau_m^{LSC}} \right) \right) \right)^2. \quad (26)$$

2007년부터 2017년까지의 l_t, s_t, c_t 시계열은 〈Figure 3〉와 같다.

〈Figure 3〉 Estimated l , s , c Time Series(2007~2017)

$l_{t_n}, s_{t_n}, c_{t_n}$ 시계열을 통해 식 (4)의 모수를 추정할 수 있으며, 모형의 모수 추정 방법은 식 (9), (10), (11)을 따른다. l, s, c 모형의 모수는 〈Table 3〉에 제시하였다.

〈Table 3〉 Parameters Estimation for Each Period

Classification	2007 ~ 2017	2010 ~ 2017
κ_{11}^P	0.166207	0.447419
κ_{22}^P	0.618714	0.863276
κ_{33}^P	3.805918	3.943955
θ_1^P	0.027267	0.025958
θ_2^P	-0.01348	-0.00722
θ_3^P	-0.01328	-0.01629
σ_{11}	0.008377	0.006849
σ_{21}	-0.00794	-0.0068
σ_{22}	0.010614	0.006072
σ_{31}	-0.00258	-0.00253
σ_{32}	-0.01548	-0.01062
σ_{33}	0.021746	0.013625

Step 3. 금리 충격 시나리오 생성

〈Figure 4〉는 평균회귀충격, 수준상승충격, 수준하강충격, 비틀림상승충격, 비틀림하강충격에 대하여 각각 금리 충격 시나리오를 생성한 결과를 나타낸다. 각각의 충격에 대하여 무위험 이자율 곡선과 일반적 이자율 곡선에 충격을 생성하였다. 또한 금리 충격 생성 과정에서 l_t , s_t , c_t 시계열의 생성에 필요한 금리 데이터의 기간에 따라 두 가지 시나리오를 제시하여 총 네 가지 시나리오를 분석한다. 각각의 데이터 기간은 2007년~2017년, 2010년~2017년으로 금융위기 기간의 포함 여부에 따라 시나리오의 차이를 관찰할 수 있다.

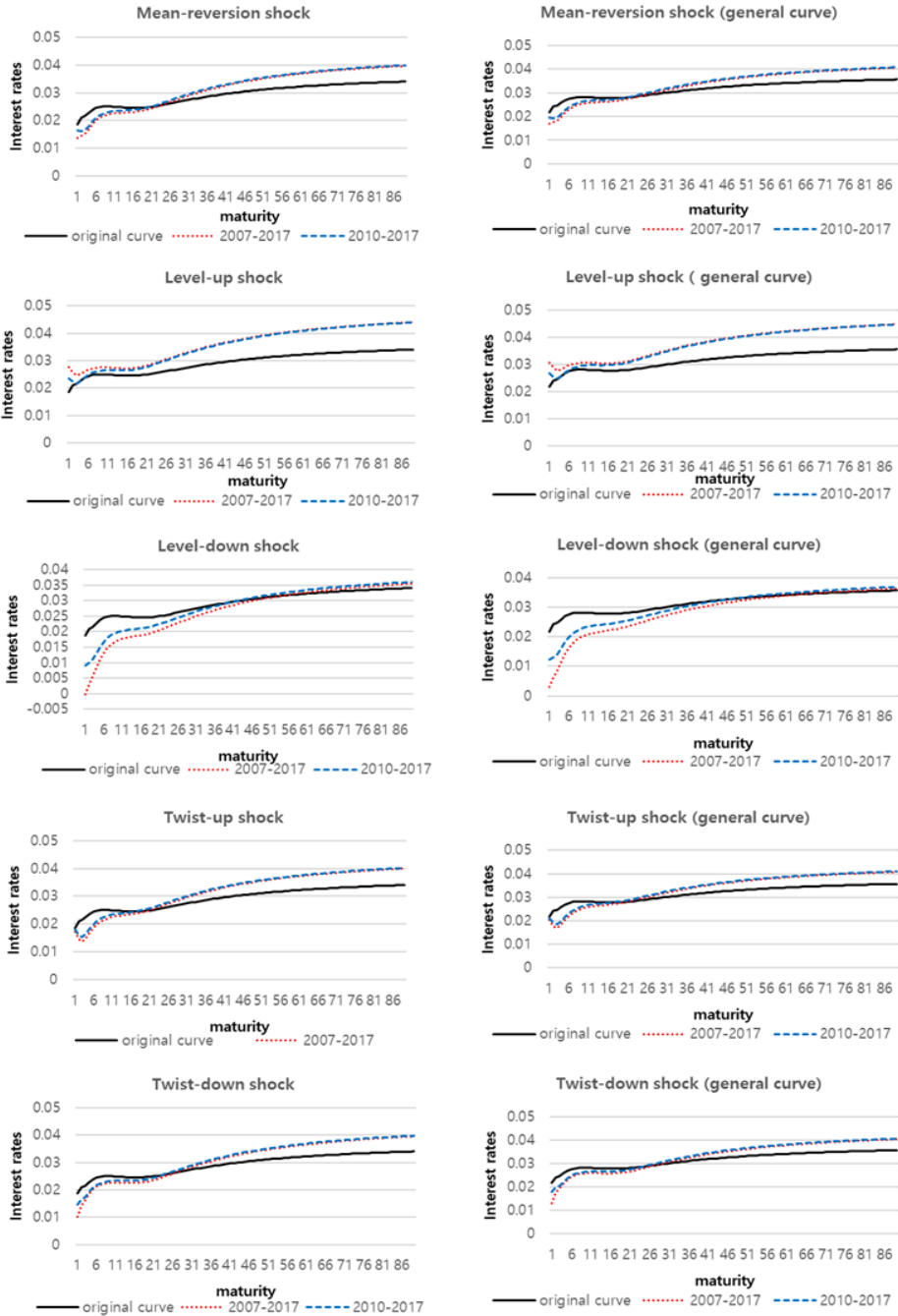
금리 충격 시나리오는 l_t , s_t , c_t 시계열로부터 식 (23) ~ 식 (25)를 통해 구해진다. 이때 3차원 벡터를 가장 잘 설명하는 두 벡터를 PCA 방법으로 추출하여 이 두 벡터를 금리 충격 생성 시에 사용하였다.

이는 세 벡터의 고유값이 높은 순으로 각각 0.0112, 0.003, 0.001으로, 두 벡터의 설명력이 약 99.14%에 다다르기 때문에 고유값이 가장 작은 벡터는 고려하지 않아도 모형의 설명력이 충분하기 때문이다.

금융위기 기간의 데이터를 포함한 2007년 시나리오가 2010년 시나리오에 비해 금리충격의 절댓값이 더 크게 관찰되었다. 특히 수준하강충격의 경우 충격 전후로 약 2%의 금리차가 나타났다. 〈Figure 4〉의 왼쪽 그래프들은 무위험 이자율 곡선에 금리 충격 시나리오를 생성한 것이고, 오른쪽 그래프들은 일반 이자율 곡선에 금리 충격 시나리오를 생성한 것이다.⁹⁾

9) 본 연구에서 금리 충격 시나리오 그래프의 original curve는 금리 충격 발생 이전의 이자율 곡선을 의미한다.

〈Figure 4〉 Interest Rate Curves for Each Shock Scenario Shocks to the Risk-free Interest Rate Curve and the General Rate Curve



III. DNS 모형 가정 분석

2장의 DNS 모형을 사용한 금리 충격 시나리오 생성 방법은 몇 가지 가정들을 전제하였다. 본 장에서는 이러한 가정들이 금리 충격 시나리오의 생성에 어떠한 영향을 미치는지 살펴보고 가정의 적절성을 검증하고자 한다.

1. 금리 데이터의 만기

금리 충격 시나리오 생성 시 사용한 금리 데이터의 만기는 1년, 1.5년, 2년, 2.5년, 3년, 4년, 5년, 7년, 10년, 그리고 20년이다. 본 절에서는 3개월, 6개월, 9개월의 단기 만기 데이터를 추가하였을 때 금리 충격 시나리오가 어떻게 변화하는지 살펴보려 한다. 만기 30년 이상의 데이터는 노건엽 등(2016)에서 기술한 것과 동일하게 데이터 축적시기가 짧아 분석에서 제외하였다. 만기 20년 데이터를 제외한 경우는 분석을 진행해 보았으나 유의미한 차이는 발견되지 않아 분석에서 제외하였다.

단기 만기를 추가하여 관찰할 대상은 총 3가지이다.

- (1) 현물 수익률 곡선 생성 단계에 사용되는 금리 데이터 만기
- (2) DNS 모형 캘리브레이션에 사용할 만기
- (3) 충격 반영할 Segment 1의 만기

우선, 현물 수익률 곡선 생성 시 사용하는 금융 자산의 데이터에 만기 3개월, 6개월, 9개월 데이터를 추가하여 금리 충격 시나리오가 어떻게 달라지는지 살펴보았다. 현물 수익률 곡선 생성 시 만기 1년 미만 데이터 추가에 따른 l, s, c 시계열은 <Figure 5>와 같이 큰 차이가 없는 것으로 보인다. 이를 바탕으로 금리 충격 시나리오를 생성한 경우는 <Figure 6>으로 금리 충격 시나리오에서도 큰 차이는 드러나지 않는다. <Figure 5>, <Figure 6>은 기본 무위험 수익률 곡선에 금리 충격을 가한 시나리오에 대한 그래프이다.¹⁰⁾ 그러나 일

10) <Figure 5>, <Figure 6>의 그래프에서 *가 표시된 범례가 1년 미만 만기 데이터를 추가 사용한 경우를 의미한다.

반 수익률 곡선에서도 마찬가지로 단기 만기 데이터의 추가여부는 유의미한 결과를 나타내지 않았다.

두 번째로 DNS 모형 캘리브레이션 단계에서 어떤 만기의 데이터를 사용하여 l, s, c 모형의 모수를 추정할지 정해야 하는데, 이때 1년 미만의 단기 만기인 3개월, 6개월, 9개월을 추가하여 금리 충격 시나리오가 어떻게 달라지는지 살펴보았다. 이 만기는 식 (26)의 τ_m^{LSC} 에 해당하는 값이다. 즉, 생성된 현물수익률 곡선 상에서 l, s, c 추정을 위해 어떤 만기 값의 데이터를 사용할지 정하는 단계이다. 그러므로 이 값을 어떻게 설정하는가에 따라 추정된 l, s, c 시계열이 달라질 수 있다. 1년 미만 만기 추가에 따른 l, s, c 시계열은 <Figure 7>와 같다. l 시계열은 차이가 미미하지만 s 시계열은 l 보다 조금 더 큰 차이를 보이고, c 시계열은 가장 큰 차이를 나타내고 있다. 이를 바탕으로 금리 충격 시나리오를 생성한 결과는 <Figure 8>와 같다.¹¹⁾

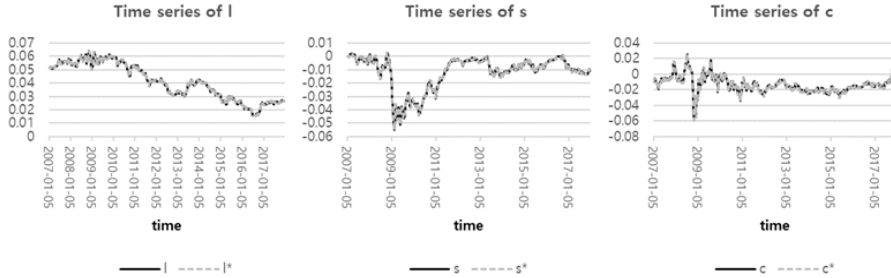
<Figure 8>에 따르면 DNS 모형 캘리브레이션 과정에서 단기 만기를 고려할 경우, 금리 충격 시나리오에서 이자율 곡선의 단기 만기 부분에 차이가 발생한다. 10년 이후 만기의 경우는 두 시나리오가 큰 차이를 보이지 않는다. 또한 단기 만기를 고려할 경우 충격 발생 이후의 이자율이 충격 종류와 무관하게 증가함을 알 수 있다. 그러므로 DNS 모형 캘리브레이션 과정에서 충분한 수준의 단기 만기를 고려하지 않을 경우, 금리 충격 시나리오에서 금리 충격이 과소평가 될 가능성이 존재한다.

마지막으로 충격을 줄 Segment 1의 만기에 단기 만기인 3개월, 6개월, 9개월을 추가하여 금리 충격 시나리오가 어떻게 달라지는 지 살펴보았으며 이는 <Figure 9>와 같다. 금리 충격 시나리오에서는 두 시나리오가 큰 차이를 보이지 않는다.

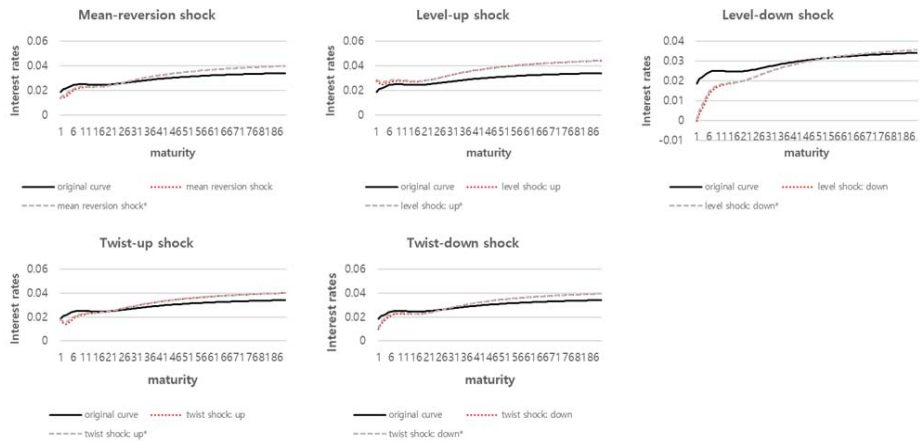
분석 대상이 충격을 줄 금리 곡선의 만기이므로 금리 충격 생성 이전의 l, s, c 시계열은 단기 만기 추가 여부와 무관하게 동일하다. 따라서 금리 충격 생성 시나리오의 마지막 단계에서 Segment 1의 만기를 조정하는 것이기 때문에 다른 두 가정에 대한 테스트보다 작은 차이를 나타내고 있다.

11) <Figure 7>, <Figure 8>의 그래프에서 *가 표시된 범례가 DNS 모형 캘리브레이션 과정에서 1년 미만의 단기 만기를 고려한 경우를 의미한다. <Figure 8>의 original은 금리 충격을 가하기 이전의 이자율 곡선, base는 단기 만기 데이터를 사용하지 않은 금리 충격 시나리오를 의미한다. 이는 <Figure 9>도 해당된다.

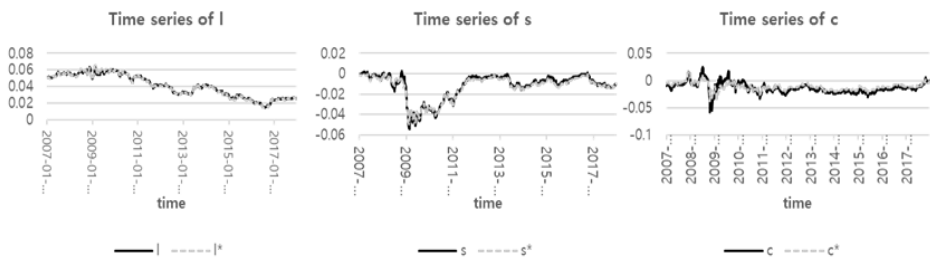
〈Figure 5〉 Comparison of I,s,c Time Series for the Use of less than One-year Maturity Data When Generating the Interest Curve



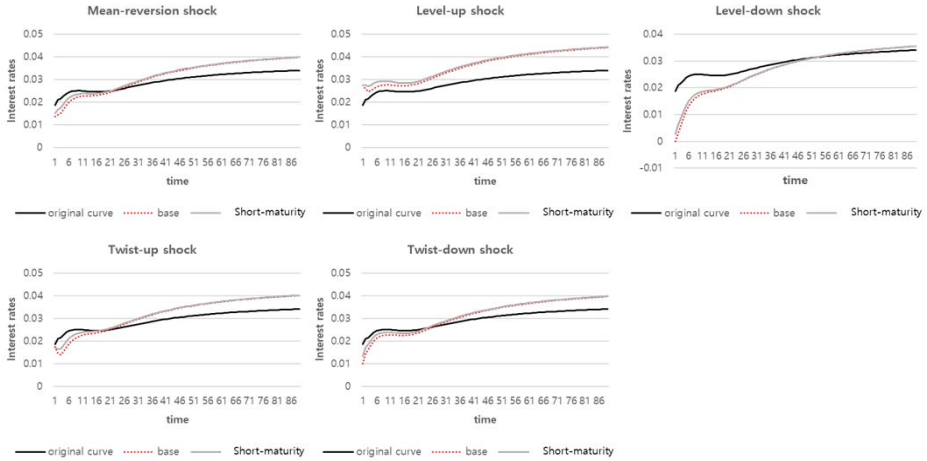
〈Figure 6〉 Comparison of the Shock Scenarios for the Use of less than One-year Maturity Data When Generating the Interest Curve



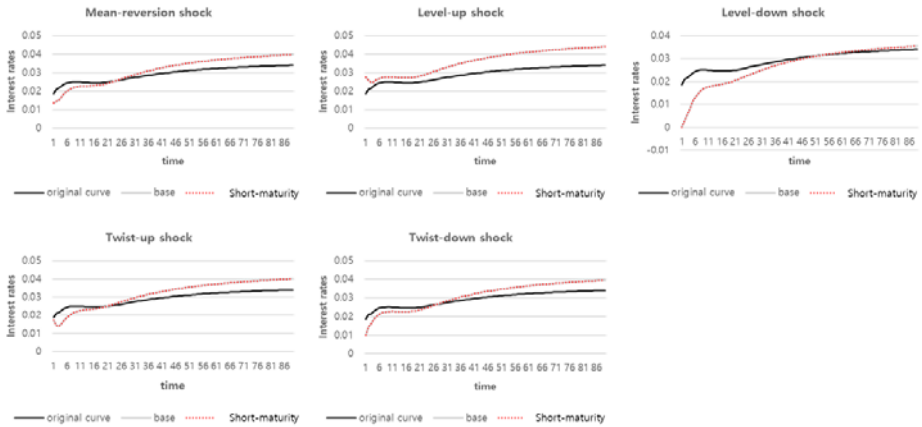
〈Figure 7〉 Comparison of I,s,c Time Series for the Use of less than One-year Maturity Data When Calibrating DNS Parameters



〈Figure 8〉 Comparison of the Shock Scenarios for the Use of less than One-year Maturity Data When Calibrating DNS Parameters



〈Figure 9〉 Comparison of the Shock Scenarios for the Use of less than One-year Maturity Data to Shocked Interest Rate Curves



2. DNS 모형의 모수 λ

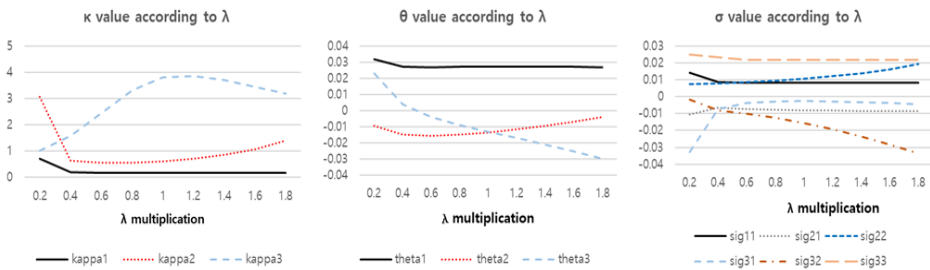
본 연구에서는 DNS 모형의 모수 λ 를 Diebold, F. and C., Li(2006)에서 사용한 $\lambda = 0.0609$ 를 사용하였다. 이는 곡률 요인 $\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau}$ 이 $\tau = 30$ 에서 최대가 되게 하는 값이다. 따라서 모수 λ 는 곡률 요인의 형태를 결정지으며, 곡률 요인을 정의하는 값

이라고 볼 수 있다.

본 절에서는 기본 가정 $\lambda = 0.0609$ 에 대하여 0.2부터 1.8까지 0.2 단위로 배율을 조정하여 다양한 모수 λ 에 대한 금리 충격 시나리오를 생성한다. λ 의 값이 감소하면 곡률 요인의 정의에 따라 곡률 요인이 최댓값을 가지는 시점이 증가하게 된다. 모수 λ 의 배율에 따라 l, s, c 모형의 모수 κ, θ, σ 값, l, s, c 시계열, 금리 충격 시나리오가 각각 어떻게 영향을 받는지 살펴본다.

〈Figure 10〉은 l, s, c 모형의 모수 κ, θ, σ 값이 모수 λ 에 따라 어떻게 변하는지 보여준다. $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ 는 각각 l, s, c 의 장기평균값에 대한 수렴 속도이며, $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 는 각각 l, s, c 의 장기평균값을 의미한다. 또한 $\sigma_{i,j} (i, j = 1, 2, 3)$ 은 l, s, c 모형의 변동성을 나타낸다. λ 값의 증가에 따라 모수 κ, θ, σ 값은 일정한 경향성을 따라 변한다. $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ 는 각각 l, s, c 의 장기평균값에 대한 수렴 속도를 의미하기 때문에, λ 의 변화에 곡률 요인이 가장 큰 영향을 받는 것으로 보인다. $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 는 각각 l, s, c 의 장기평균값을 의미하며 l, s, c 는 이 값으로 수렴하는 성질을 보인다. 모수 $\sigma_{i,j}$ 의 경우 l, s, c 모형의 변동성을 나타내는 값으로 상대적으로 κ, θ 에 비하여 작은 변화를 보인다. λ 가 0.4 이하로 작지 않다면 각각의 모수는 λ 값과 무관하게 전반적으로 비슷한 값을 가지거나 완만히 증가 또는 감소하는 경향을 보인다.

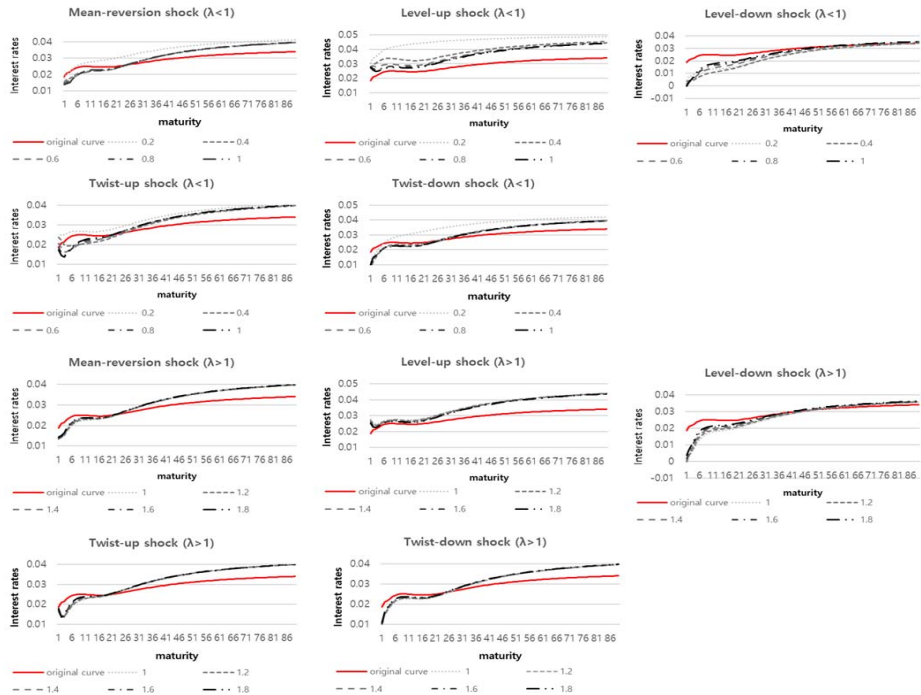
〈Figure 10〉 l, s, c Parameter Changes according to λ



〈Figure 11〉은 l, s, c 시계열이 모수 λ 에 따라 어떻게 변하는지 나타내고 있다. 약 0.4 배 미만의 낮은 λ 의 배율에 대해서는 κ, θ, σ 값이 모두 불안정한 값을 보이며 l, s, c 시계열도 불안정하게 큰 변동을 보였다. 이는 λ 의 값이 낮아지면 각 요인에 대한 부하가 지나치게 낮아져 l, s, c 모형 자체가 불안정해지는 것으로 해석된다.

〈Figure 11〉 I, s, c Time Series Changes according to λ 

〈Figure 12〉는 모수 λ 값에 따라 최종적인 금리 충격 시나리오가 변화하는 현상을 보여준다. 충격을 받기 전 금리 곡선과 기준 λ 에 대한 금리 충격 시나리오, 그리고 다양한 값의 λ 에 대한 금리 충격 시나리오를 나타낸다. λ 값이 커짐에 따라서 금리 충격 시나리오는 점차 수렴하는 경향이 드러나며, 특히 λ 값이 작을수록 만기에 따른 금리의 변동이 크고, 시나리오별 차이가 두드러진다. 이러한 시나리오별 금리 곡선의 차이는 단기 만기 구간에서 증가하다가 장기 만기로 접어들수록 감소하여 수렴하는 형태를 보인다.

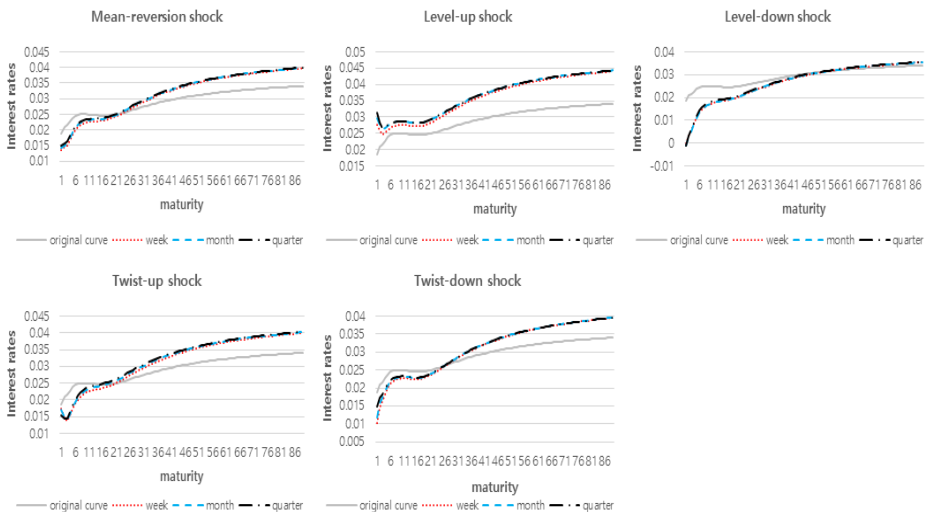
〈Figure 12〉 Interest Rate Shock Scenarios according to λ 

3. 데이터의 관찰 주기

기본 가정 시나리오에서는 주간 국채 데이터를 사용하였고, 이에 따라 l, s, c 시계열 생성, 충격량 생성 시나리오 모두 주간 데이터를 기반으로 진행되었다. 본 절에서는 주간 데이터 대신 월간 데이터, 분기 데이터를 사용하여 금리 충격 생성 시나리오가 어떤 차이가 있는지 살펴보고자 한다.

〈Figure 13〉은 데이터의 관찰 주기에 따른 금리 충격 생성 시나리오이다. 충격을 반영하기 이전의 이자율 곡선과 각 관찰 주기에 따른 금리 충격 생성 시나리오를 나타내고 있다. 금리 충격 시나리오의 종류와 무관하게 주간, 월간, 분기 간의 데이터로 생성한 시나리오들의 차이가 두드러지게 나타나지는 않는다. 그러나 데이터의 관찰 주기가 길어질수록 이자율 자체가 높은 값을 나타냈다. 만기가 짧을수록 데이터의 관찰 주기에 따른 금리 충격 시나리오들의 이자율 차이는 커지며, 최소 약 0.13% 포인트에서 최대 약 0.46% 포인트까지의 차이를 보였다. 이는 작은 수치의 차이지만 큰 규모의 부채에 관한 할인을 산정에서는 유의미한 차이를 생길 수 있기 때문에 빈도가 더 높은 데이터를 활용하는 것이 중요할 수 있다.

〈Figure 13〉 Interest Rate Shock Scenarios according to the Time Interval of Data



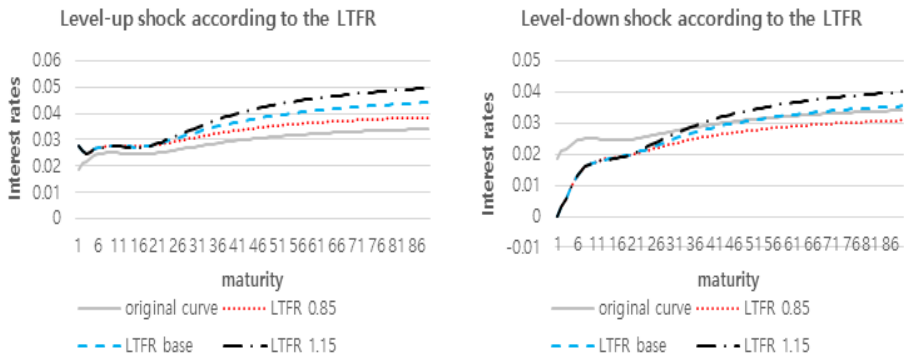
4. 장기선도금리

본 절에서는 LTFR 값에 따라 금리 충격 시나리오가 어떠한 영향을 받는지를 살펴본다. LTFR 값은 현물수익률 곡선의 segment 2와 segment 3 구간에 영향을 주는 값이다. 따라서 LTFR은 segment 1 구간의 이자율을 사용하는 l, s, c 시계열 생성 과정에는 영향을 주지 않지만, 충격 시나리오에는 영향을 미친다.

전체 만기기간에 대해 현물수익률 곡선을 산출하기 위해서는 각각의 segment 1, segment 2, segment 3 구간에 대한 현물 수익률을 계산해야 한다. segment 1에서의 현물수익률은 시장에서 거래되고 있는 이자율 기반 금융상품을 통해 구할 수 있으며, segment 3의 현물수익률은 장기적으로 이자율이 수렴하는 선도이자율 값을 사용한다. segment 2에서의 현물수익률은 segment 1과 segment 2의 이자율을 이용해 Smith-Wilson 방법을 통해 보외법으로 추정한다. 따라서 장기적으로 이자율이 수렴하는 선도이자율 값이 어떻게 정해지느냐에 따라 전체 현물수익률 곡선 또한 영향을 받는다. 이 값은 일반적으로 LTFR을 사용한다.

본 절에서는 <Table 1>에 정리된 기본 가정 LTFR 중에서 수증상충격과 수증하강충격 시나리오의 LTFR에 대하여 0.85배, 1.15배한 LTFR 값을 사용한 금리 충격 시나리오를 생성하고, 이를 <Figure 14>에 비교·분석하였다. LTFR 수준에 따라 만기 20년 이후인 Segment 2, 3에서 차이가 발생함을 알 수 있다.

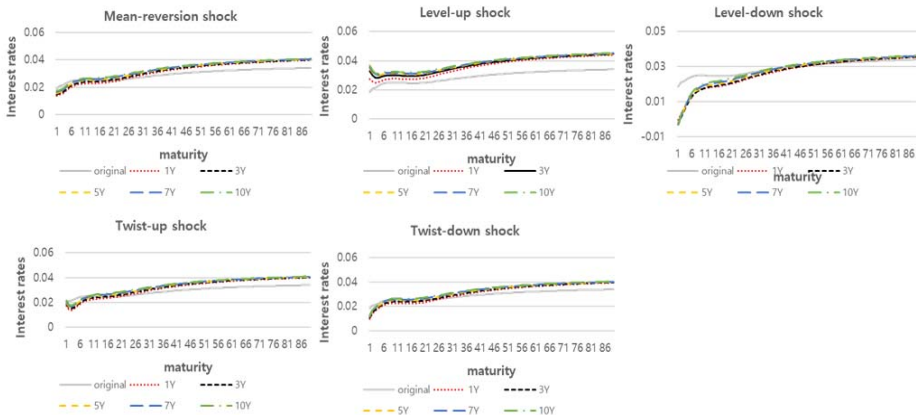
<Figure 14> Interest Rate Shock Scenarios according to the Long-term Forward Rate



5. 금리 충격 발생 이후 관찰 시점

기본 시나리오에서는 금리 충격 발생 후 1년 뒤 현물 수익률 곡선이 어떻게 변했는지 살펴보았던 반면, 본 절에서는 금리 충격 발생 이후 현물 수익률 곡선을 관찰하는 시점을 변경하여 시나리오에 따라 어떤 차이가 나타나는지 분석하였다. <Figure 15>는 각 충격 시나리오에 대하여 관찰 시점을 달리한 결과를 정리하고 있다. 이는 금리 충격이 발생한 직후뿐만 아니라 3년, 5년, 7년, 10년 후 이자율 기간 구조에 미치는 영향을 살펴 보기 위함이다. 수준상승충격 시나리오가 다른 시나리오 비해 단기 만기에서 관찰 시점에 따른 이자율의 변화가 상대적으로 크다. 하지만, 관찰시점의 변화는 다른 민감도 분석에 비하여 이자율 기간 구조에 미치는 영향은 작게 나타난다.

<Figure 15> Comparison of the Interest Rate Shock Scenarios according to the Observation Time after Shock Generations



6. 스왑 금리

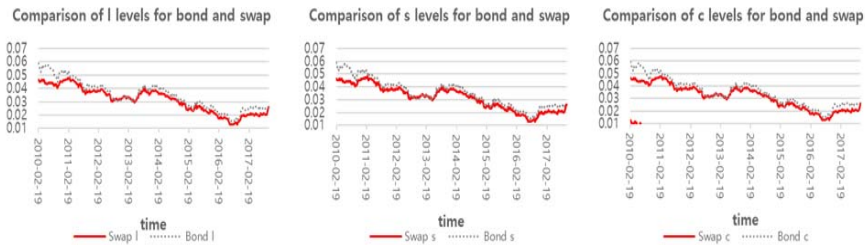
기본 가정 시나리오에서는 현물수익률 곡선 산출 과정에서 국채 금리를 사용하였다. 본 절에서는 국채 대신 스왑 금리를 사용하여 금리 충격 시나리오를 산출하고, 국채와 어떤 차이가 있는지 살펴볼 것이다. 분석에 사용된 데이터는 2010년 2월부터 2017년 10월까지의 금리스왑(IRS; Interest Rate Swap)의 데이터로 1년, 1.5년, 2년, 3년, 4년, 5년, 7

년, 10년, 20년 만기를 사용하였다.

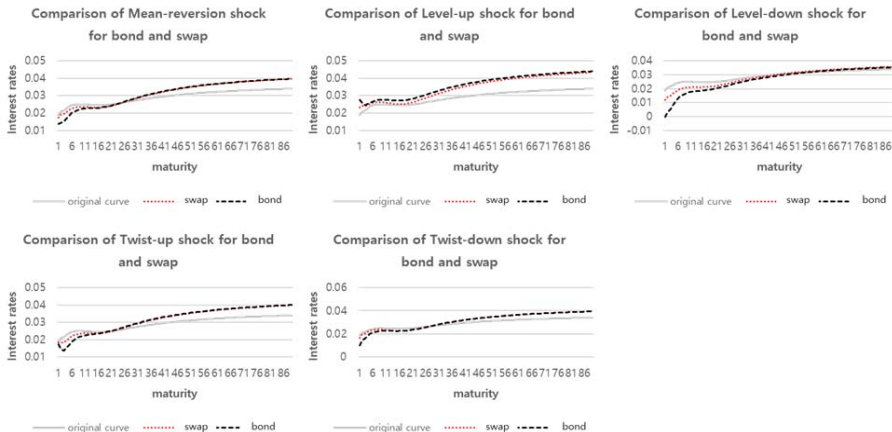
〈Figure 16〉은 스왑 데이터를 사용해 추정한 l, s, c 시계열이다. 동일한 기간에 대해 비교하면 국채 데이터와 스왑데이터의 l, s 시계열은 개형은 비슷하나 값의 크기가 차이를 보인다. 반면 곡률 요인 c 에서는 국채와 스왑의 시계열 개형 차이가 크게 나타났다.

〈Figure 17〉는 국채 데이터와 스왑 데이터를 사용하여 각각 금리 충격 시나리오를 생성한 결과를 나타낸다. 국채와 스왑의 차이는 만기가 짧을수록 크게 나타나며 수준하강충격의 경우 스왑이 국채보다 최대 1.2%p 작게 생성되었다. 금리 충격 시나리오 생성 목적에 따라 시나리오 생성에 사용할 금융 자산을 적절하게 선택하는 것 또한 매우 중요한 문제임을 알 수 있다.

〈Figure 16〉 l, s, c Time Series Comparison between Bond Data and Swap Data



〈Figure 17〉 The Comparison of Shock Scenarios between Bond Data and Swap Data



Ⅳ. 주성분분석을 사용한 금리 충격 시나리오

본 장에서는 PCA를 통해 금리를 분석하고, 이를 이용하여 금리 충격 시나리오를 생성한다. PCA를 활용한 금리 충격 시나리오 생성이 DNS 모형을 활용한 금리 충격 시나리오와 어떤 차이가 있는지 살펴본다.

PCA는 상관관계가 높은 여러 변수들을 상호독립적인 변수(주성분)으로 분해하는 통계적인 방법이다(Johnson, R., and D., Wichern, 2002). 이를 통해 고차원 데이터를 저차원으로 환원시켜 복잡한 데이터 집합으로부터 숨겨진 간단한 구조를 밝혀낼 수 있다.

분석하고자 하는 데이터 집합을 행렬로 나타낼 때, 주성분은 원래 성분들의 선형결합으로 나타난다. 이때 공분산 행렬의 고유벡터가 선형결합의 계수 벡터가 되며, 고유치의 합이 원래 성분들의 분산의 합과 같다. 따라서 고유치에 대한 비율이 주성분의 데이터에 대한 설명력을 나타낸다.

금리의 경우 같은 시점의 값이라도 다양한 만기를 가지며 만기에 따라 금리가 다르게 나타난다. 더욱이 만기별 금리의 상호상관성은 매우 높아 주성분 분석을 사용하기 적합한 대상이라고 할 수 있다. 모든 만기를 포괄하여 금리리스크를 측정하고자 할 때, 금리 데이터를 독립적인 요소(주성분)로 분해 및 축소하는 것이 주성분 분석을 활용한 금리리스크 분석이다. 이를 통해 몇 가지 요소를 통해 수많은 만기의 금리에 대한 리스크를 효율적으로 설명할 수 있다. 일반적으로 금리리스크에 대한 주성분 분석을 할 때, 첫 번째 성분은 수준(Level), 두 번째는 기울기(Slope), 세 번째는 곡률(Curvature)을 나타내는 것으로 알려져 있다.

본 연구에서는 주성분 분석을 통해 금리리스크를 분석하고, 나아가 선택된 주성분을 이용하여 일정 신뢰수준에 해당하는 금리 충격량을 산출한다.

1. 주성분분석

금리 벡터 시계열 R_t 이 주어졌다고 가정하자. R_t 는 $m \times 1$ 벡터로 t 시점에서 관찰한 m 개의 만기에 대한 금리를 원소로 가진다. 벡터 시계열을 관찰할 시점은 $\{t_i\}, i = 1, \dots, n$

으로 표기하며, 각 시점의 간격은 Δt 와 같다.

금리의 움직임을 결정짓는 확률변수 $s(\cdot)$ 가 다음과 같이 주어져있다고 가정하자:

$$s(Z_{t+1}; \Delta t) := \mu \Delta t + \text{chol}(\Sigma) \sqrt{\Delta t} Z_{t+1}. \quad (27)$$

이때 확률변수 $s(\cdot)$ 는 $m \times 1$ 벡터이며, 금리 벡터 시계열 R_t 와 독립적으로 결정되는 충격 Z_{t+1} 에 의존하는 확률변수이다. Z_{t+1} 은 t 시점에서 $t+1$ 시점으로 진행될 때의 변동을 의미한다. μ 는 연율화된 평균 벡터, Σ 는 연율화된 공분산행렬을 의미하며, $\text{chol}(\Sigma)$ 은 Σ 의 콜레스키 분해로 계산되는 하방삼각행렬로 $\Sigma = \text{chol}(\Sigma) \text{chol}(\Sigma)^T$ 를 만족한다. 금리의 움직임을 확률변수 $s(\cdot)$ 와 연관 짓는 규칙을 $f(R_t, s_t)$ 이라고 할 때, $f(R_t, s_t)$ 은 다음 관계식을 만족한다:

$$R_{t+1} = f(R_t, s_t) \quad (28)$$

주어진 만기에 대한 현물금리의 절대적인 움직임을 모형화할 것인지(절대충격방식), 상대적인 움직임을 모형화할 것인지(상대충격방식)에 따라 다른 $f(R_t, s_t)$ 를 적절히 가정하여 모형화할 수 있다.

절대충격방식

$$\begin{aligned} R_{t+1} - R_t &= s(Z_{t+1}; \Delta t), \\ R_{t+1} &= f(R_t, s(Z_{t+1}; \Delta t)) = R_t + s(Z_{t+1}; \Delta t). \end{aligned} \quad (29)$$

상대충격방식

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{R_{t+1}}{R_t}\right) &= s(Z_{t+1}; \Delta t), \\ R_{t+1} &= f(R_t, s(Z_{t+1}; \Delta t)) = R_t \cdot \exp(s(Z_{t+1}; \Delta t)). \end{aligned} \quad (30)$$

따라서 금리 모형은 금리의 움직임을 확률변수 s 와 연관 짓는 규칙 f , 그리고 s 의 평균

μ , 공분산행렬 Σ 으로 완전히 결정되며, 금리 모형을 (f, μ, Σ) 으로 표현가능하다. 따라서 f 가 주어졌을 때, 모형을 사용하기 위해서는 우선 μ 와 Σ 를 추정해야 한다. 벡터 시계열 R_t 에 대하여 R_{t+1} 과 확률변수 s 의 관계식 (29) 또는 식(30)을 이용하여 확률변수를 역산할 수 있다. 이렇게 얻은 s 의 평균으로 μ 의 추정치 $\hat{\mu}$ 을 얻고, 이를 바탕으로 공분산행렬의 추정치 $\hat{\Sigma}$ 를 계산한다.

행렬 S 를 각 만기에 대한 확률변수 $s(\cdot)$ 를 열로 가진 $m \times n$ 행렬로 정의한다. 이때 m 은 관찰할 금리 만기의 수를 의미하며, n 은 금리를 관찰할 시점의 수를 의미한다. 즉, 행렬 S 의 j 번째 열은 j 번째 시점의 확률변수 벡터이며, 금리 벡터 시계열 R_t 을 통해 역산될 수 있다.

주성분 분석을 위해서는 공분산 행렬을 먼저 구해야 하며, 이를 위해 우선 행렬 S 의 각 행의 평균을 구해야 한다.¹²⁾ 각 행에 대해 평균값을 구하고 이를 원소로 가지는 $m \times 1$ 벡터를 u 라고 할 때, 이렇게 계산한 u 를 통해 확률변수 s 의 모수인 μ 의 추정치를 얻을 수 있다:

$$u_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n s_{i,j}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (31)$$

$$\hat{\mu} = u / \Delta t.$$

행렬 S 를 평균중심화한 행렬을 $\bar{S}$ 라고 정의하자. $\bar{S}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다¹³⁾:

$$\begin{aligned} \bar{S} &= S - uh, \\ h_j &= 1, \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (32)$$

이때 h 는 모든 원소가 1인 $1 \times n$ 벡터이다. $m \times m$ 크기의 공분산 행렬 $\hat{\Sigma}$ 는 다음과 같다:

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{n-1} \bar{S} \cdot \bar{S}^T / \Delta t. \quad (33)$$

공분산 행렬 $\hat{\Sigma}$ 의 고유값과 고유벡터를 구함으로써 금리리스크에 대한 설명력이 높은 주성분을 구할 수 있다.

12) 이는 각 만기의 금리에 대해 확률변수의 평균을 구하는 것이며, 모수 벡터 μ 의 원소를 추정하는 것이다.

13) 평균중심화란 평균을 0으로 만드는 것을 의미한다.

2. 주성분분석을 사용한 금리 충격 시나리오 생성

본 연구에서는 금리 충격 시나리오를 생성하기 위해 우선 주성분분석을 통해 국채 데이터로부터 주성분을 선택하고, 만기별 금리가 정규분포를 따른다는 가정하에 해당 주성분에 대한 신뢰도 99.5%의 충격량을 산출할 것이다. 이때 충격량 산출 방식은 이자율의 절대적인 차이로 생성하는 절대 충격량 방식과 로그이자율의 차이로 생성하는 상대 충격량 방식으로 구분할 수 있다. 4.2.2절에서는 절대 충격량 방식에 따른 금리 충격 시나리오를 산출하고, 4.2.3절에서는 상대 충격량 방식에 따른 금리 충격 시나리오를 산출하여 두 방식의 차이를 비교할 것이다.

금리의 움직임은 확률변수 $s(\cdot)$ 에 의존하기 때문에 s 의 충격 시나리오를 생성한 후, 이를 통해 금리 충격 시나리오를 계산한다. 충격 시나리오 $s^\pm$ 는 주성분분석을 통해 얻은 주성분을 활용하여 신뢰수준 99.5% VaR로 측정되며 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$s^\pm = s(\pm v \Phi^{-1}(0.995); \Delta T). \quad (34)$$

이때 v 는 주성분분석에서 산출된 고유값에 대응하는 고유벡터를 의미한다.¹⁴⁾ t_0 시점의 금리 기간구조가 주어졌을 때, $t_0 + \Delta T$ 시점의 $s^\pm$ 에 대응하는 금리 충격 시나리오는 다음과 같이 주어진다:

$$R_{t_0 + \Delta T|t_0}^\pm = f(R_{t_0}, s^\pm) = f(R_{t_0}, s(\pm v \Phi^{-1}(0.995); \Delta T)). \quad (35)$$

가. 데이터

주성분분석을 사용한 충격 시나리오와 DNS 모형을 사용한 충격 시나리오를 비교·분석하기 위해 각 시나리오 산출에 사용된 금리 데이터는 동일하다. 금융투자협회 채권정보센터의 국채 수익률 데이터를 활용하였으며, 사용된 국채의 만기는 1년, 2년, 3년, 4년, 5년,

14) 고유벡터의 방향에 따라 금리의 증감이 결정되기 때문에 $R_{t_0 + \Delta T|t_0}^+$ 와 $R_{t_0 + \Delta T|t_0}^-$ 가 각각 상승 시나리오, 하강 시나리오를 의미하는 것은 아니다. 상승 시나리오와 하강 시나리오는 $R_{t_0 + \Delta T|t_0}^+$ 와 $R_{t_0 + \Delta T|t_0}^-$ 중에서 각각 평균값이 더 높은 것과 낮은 것으로 정의한다.

7년, 10년, 그리고 20년이다. 사용된 데이터는 2007년 1월부터 2017년 12월까지 주 단위 데이터이다.

나. 금리 충격 시나리오 산출 결과(절대충격방식)

Step 1. 공분산행렬 생성

주성분분석을 위해서는 각 만기별 금리의 공분산행렬을 구해야 한다. 공분산행렬을 구하는 방법은 앞 절에서 서술한 바와 같으며, 우선 데이터의 평균중심화를 진행해야 한다. 만기별 국고채의 통계량은 <Table 4>에 제시한다.

<Table 4> Bond Statistics according to Maturity

Statistics	1Y	2Y	3Y	4Y	5Y	7Y	10Y	20Y
Average	0.0293	0.0312	0.032	0.0331	0.0344	0.0362	0.0375	0.039
Median	0.0269	0.0296	0.0311	0.0326	0.0337	0.0353	0.0369	0.0388
Standard deviation	0.0122	0.0126	0.0126	0.0127	0.0129	0.013	0.013	0.0131
Maximum	0.0566	0.061	0.0608	0.0606	0.061	0.0613	0.061	0.0609
Minimum	0.0125	0.0123	0.012	0.0121	0.0123	0.0132	0.0138	0.0146

식 (32), 식 (33)에 따라서 공분산행렬 $\hat{\Sigma}$ 를 구할 수 있다. 이를 좀 더 직관적으로 볼 수 있도록 상관계수행렬로 전환한 것이 <Table 5>이다. 각 만기별 이자율의 상관계수가 1에 가까워 상관성이 높음을 알 수 있다.

〈Table 5〉 Correlation for Each Maturity – Absolute Shock

Maturity	1Y	2Y	3Y	4Y	5Y	7Y	10Y	20Y
1Y	1	0.8818	0.752	0.6644	0.6201	0.5798	0.547	0.5128
2Y	0.8818	1	0.8709	0.7937	0.7655	0.7264	0.676	0.6508
3Y	0.752	0.8709	1	0.9693	0.9175	0.8516	0.7907	0.7627
4Y	0.6644	0.7937	0.9693	1	0.9706	0.9098	0.8364	0.8118
5Y	0.6201	0.7655	0.9175	0.9706	1	0.9735	0.8844	0.8611
7Y	0.5798	0.7264	0.8516	0.9098	0.9735	1	0.9544	0.9184
10Y	0.547	0.676	0.7907	0.8364	0.8844	0.9544	1	0.9549
20Y	0.5128	0.6508	0.7627	0.8118	0.8611	0.9184	0.9549	1

Step 2. 고유값 및 고유벡터 생성 및 주성분 선택

특이값 분해(Singular Vector Decomposition)을 통해 공분산행렬 $\hat{\Sigma}$ 의 고유값 및 고유벡터를 찾을 수 있다. 각 성분별 고유값은 〈Table 6〉에, 고유벡터는 〈Table 7〉에 나타나 있다.

공분산행렬의 고유값의 합은 원래 변수들의 분산의 합과 동일하다. 따라서 각 주성분 고유값의 크기의 전체 합에 대한 비율이 각 주성분에 대한 설명력을 나타낸다. 〈Table 6〉에 성분별 고유값이 나타나 있으며 고유값의 크기에 따라 주성분이 정렬되어 있다. 이를 살펴 보면 첫 번째 고유값의 비율이 82.95%로 나타나, 제 1 주성분이 금리 움직임에 대한 대부분을 설명하고 있음을 알 수 있다. 두 번째, 세 번째 고유값의 비율은 각각 10.64%, 3.59%로 세 주성분이 전체 금리 분산의 97.18%를 설명한다.

〈Table 6〉 Eigen Value for Each Component – Absolute Shock

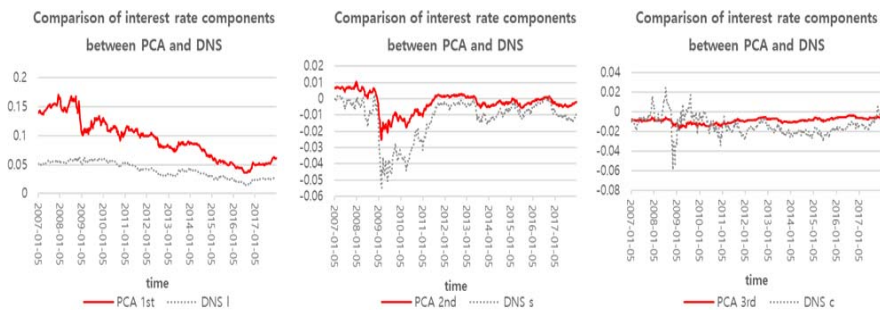
Component	Eigen value	Ratio	Commulative ratio
1	6.6358	0.8295	0.8295
2	0.8514	0.1064	0.9359
3	0.2871	0.0359	0.9718
4	0.0953	0.0119	0.9837
5	0.0776	0.0097	0.9934
6	0.0424	0.0053	0.9987
7	0.0104	0.0013	1
8	0	0	1

〈Table 7〉 Eigen Vector – Absolute Shock

Maturity	Component 1	Component 2	Component 3	Component 4	Component 5	Component 6	Component 7	Component 8
1Y	-0.2916	-0.6529	0.3741	-0.5762	-0.1086	-0.0694	0.0109	0.0001
2Y	-0.3369	-0.466	0.1211	0.7118	0.3479	-0.0277	-0.1623	0.0005
3Y	-0.3692	-0.1576	-0.4124	0.1605	-0.4508	0.2783	0.6011	-0.0318
4Y	-0.3728	0.0242	-0.4826	-0.1155	-0.2401	-0.0333	-0.6704	0.3256
5Y	-0.3753	0.1468	-0.3145	-0.2094	0.3623	-0.3242	0.0343	-0.6762
7Y	-0.3711	0.2647	0.0268	-0.1882	0.5265	0.0053	0.3345	0.6057
10Y	-0.3564	0.3303	0.3842	-0.0303	-0.0185	0.7077	-0.216	-0.2599
20Y	-0.3473	0.3612	0.4418	0.2052	-0.4444	-0.5567	0.0559	0.0338

세 주성분이 만기에 따라 어떤 값을 가지는지 그려보면 각각의 성분이 어떠한 특성을 지니고 있는지 알 수 있다. 〈Figure 18〉은 PCA 방법을 통해 얻은 세 성분과 앞서 구한 DNS 모형의 세 요인 l, s, c 의 시계열을 비교한 그래프이다.¹⁵⁾ PCA 제 1 주성분과 DNS 모형의 l , PCA 제 2 주성분과 DNS 모형의 s 가 서로 대응되고 있음을 알 수 있다. 세 쌍의 시계열들의 상관계수는 각각 0.931, 0.929, 0.115로 PCA 제 3 주성분을 제외하고는 DNS 모형과 PCA 방법이 결과적으로 매우 상관성이 높다는 것을 알 수 있다.

〈Figure 18〉 Comparison of Interest Rate Components between PCA and DNS (Absolute Shock)



15) PCA의 각 성분은 대응되는 고유 벡터에 주어진 금리 시계열 매트릭스를 곱하면 얻을 수 있다. 이때 DNS와의 비교의 용이함을 위해 PCA 주성분 시계열을 생성할 때 고유벡터에 -1을 곱하여 구하였다.

PCA에서는 다양한 주성분 중에서 통계적으로 설명력이 높은 주성분만을 선택함으로써 복잡한 데이터 구조를 간단하고 효율적으로 파악할 수 있다. 따라서 성분별 고유값의 비율이 높은 순서대로 세 주성분을 선택하여 금리 충격 시나리오를 생성한다.

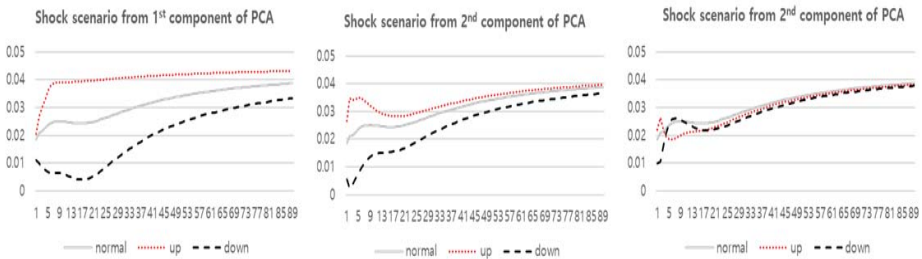
Step 3. 금리 충격 시나리오 생성

만기별 금리변화율을 정규분포로 가정하면 신뢰수준에 따라 금리 충격량을 산출할 수 있다. i 번째 주성분에 대한 신뢰수준 99.5%의 충격량 $shock_i$ 는 다음과 같다:

$$shock_i = \pm \sqrt{\lambda_1} e_{i1} \sqrt{52} \sigma_i \Phi^{-1}(0.995). \quad (36)$$

이때, λ_1 은 첫 번째 주성분, e_{i1} 은 첫 번째 주성분의 고유벡터, σ_i 는 i 번째 만기 국채의 표준편차를 나타낸다. 산출된 충격량을 바탕으로 무위험수익률 곡선에 충격량을 반영한 수익률 곡선을 산출하였으며, 이는 <Figure 19>와 같다.

<Figure 19> Comparison of Interest Shock Scenarios(Absolute Shock)



다. 금리 충격 시나리오 산출 결과(상대충격방식)

4.2.2에서는 이자율의 직접적인 차이를 통해 생성한 절대 충격량으로 충격 시나리오를 산출한 반면, ICS에서는 이자율 대신 로그이자율을 사용하여 상대적인 충격량을 산출하였다. 본 절에서는 상대 충격량 방식에 따른 금리 충격 시나리오를 산출하고, 두 충격량 산출 방식의 차이를 분석하고자 한다.

상대 충격량 방식에서는 절대 충격량 방식과 비교해 주성분분석의 방법론은 동일하지만

금리 데이터 대신 로그를 취한 로그이자율을 사용한다. 따라서 각 만기별 이자율을 로그비를 사용해 나타내며, 로그비는 ICS와 동일하게 $\ln((1 + r_{t+1}) / (1 + r_t))$ 를 적용한다.

충격량 생성과정은 절대충격방식과 동일하다. <Table 8>는 상대충격방식을 사용했을 때 각 만기 금리의 상관계수를 나타내고 있으며, 절대충격방식과 유사하게 각 만기 금리의 상관성이 높게 나타난다.

<Table 8> Correlation for Each Maturity - Relative Shock

Maturity	1Y	2Y	3Y	4Y	5Y	7Y	10Y	20Y
1Y	1	0.881	0.7498	0.6613	0.617	0.5767	0.5439	0.5097
2Y	0.881	1	0.87	0.7923	0.7639	0.7247	0.6742	0.6488
3Y	0.7498	0.87	1	0.9692	0.9171	0.8511	0.7903	0.7618
4Y	0.6613	0.7923	0.9692	1	0.9706	0.9099	0.8367	0.8116
5Y	0.617	0.7639	0.9171	0.9706	1	0.9735	0.8848	0.861
7Y	0.5767	0.7247	0.8511	0.9099	0.9735	1	0.9546	0.9182
10Y	0.5439	0.6742	0.7903	0.8367	0.8848	0.9546	1	0.9547
20Y	0.5097	0.6488	0.7618	0.8116	0.861	0.9182	0.9547	1

<Table 9>은 성분별 고유값을, <Table 10>은 고유벡터를 나타낸다. 상대충격방식에서도 고유값의 전체 합에 대한 비율로 각 주성분의 설명력을 알 수 있으며, 순서대로 나열했을 때 상위 세 주성분이 누적비율 97.17%를 차지한다.

<Table 9> Eigen Value for Each Component - Relative Shock

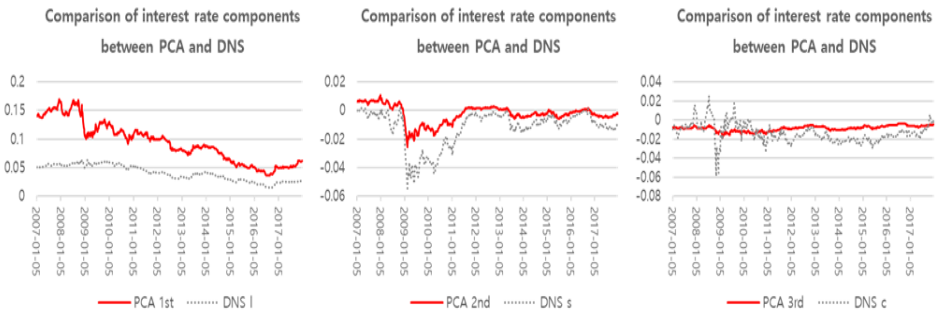
Component	Eigen value	Ratio	Cummulative ratio
1	6.6291	0.8286	0.8286
2	0.8569	0.1072	0.9358
3	0.2877	0.0359	0.9717
4	0.0957	0.012	0.9837
5	0.0777	0.0097	0.9934
6	0.0425	0.0053	0.9987
7	0.0104	0.0013	1
8	0	0	1

〈Table 10〉 Eigen Vector – Relative Shock

Maturity	Component 1	Component 2	Component 3	Component 4	Component 5	Component 6	Component 7	Component 8
1Y	-0.2908	-0.6539	0.3738	-0.5762	-0.1067	-0.0683	0.0107	0.0001
2Y	-0.3366	-0.4667	0.119	0.7134	0.3446	-0.0288	-0.1619	0.0005
3Y	-0.3693	-0.157	-0.4139	0.1575	-0.4514	0.2797	0.5998	-0.0317
4Y	-0.373	0.0255	-0.4821	-0.1175	-0.2385	-0.0345	-0.6711	0.3249
5Y	-0.3754	0.1473	-0.3127	-0.2085	0.3628	-0.3265	0.036	-0.6757
7Y	-0.3713	0.2641	0.0282	-0.1857	0.5265	0.0046	0.3349	0.6064
10Y	-0.3566	0.3291	0.3836	-0.0297	-0.0158	0.708	-0.2167	-0.2606
20Y	-0.3474	0.3599	0.4434	0.2041	-0.4473	-0.5542	0.0563	0.0339

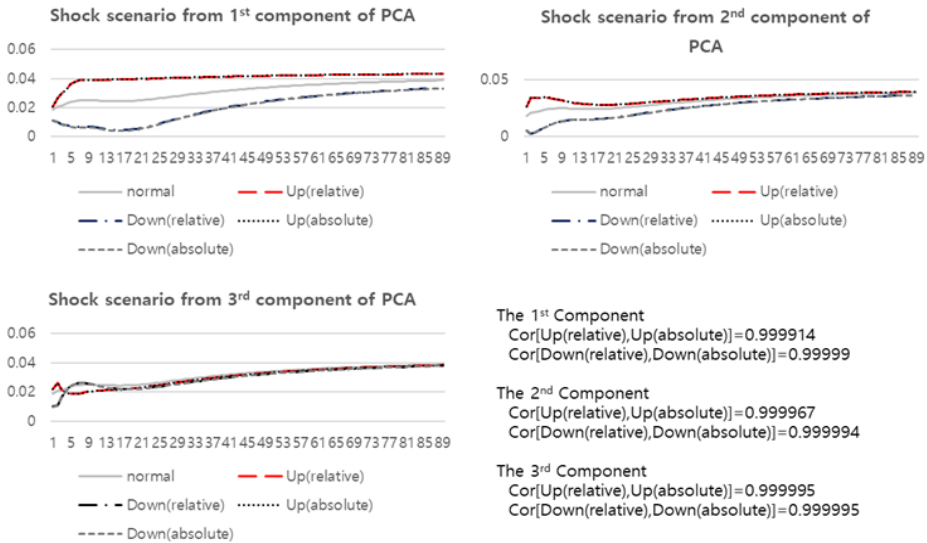
〈Figure 20〉은 상대충격방식에 따른 PCA의 세 주성분과 DNS 모형의 세 요인을 비교한 그래프로 PCA 주성분과 DNS 모형의 요인들이 대응되고 있다. 각 시계열 쌍의 상관계수가 0.931, 0.927, 0.112으로 절대충격방식의 결과와 크게 다르지 않다.

〈Figure 20〉 Comparison of Interest Rate Components between PCA and DNS (Relative Shock)



〈Figure 21〉은 상대충격방식과 절대충격방식으로 생성한 금리 충격 시나리오를 비교하는 그림이다. 두 충격방식의 금리 충격 시나리오는 차이가 거의 나타나지 않으며 각 충격 시나리오의 금리 시계열 상관성은 1에 가깝게 나왔다.

〈Figure 21〉 Comparison of Interest Shock Scenarios(Absolute Shock and Relative Shock)



V. 결론

본 연구는 DNS 모형을 바탕으로 금리 충격 시나리오를 생성하여 금리 충격이 발생했을 때 이자율 곡선에 미치는 영향을 분석한다. 금리 충격의 종류에 따라 평균회귀충격, 수준 상승충격, 수준하강충격, 비틀림상승충격, 비틀림하강충격의 다섯 종류의 금리 충격 시나리오를 생성하였으며, 이러한 금리 충격들은 이자율 곡선의 각기 다른 형태를 보여준다.

금리 충격 시나리오 생성과정에서 전제된 다양한 가정과 모수들에 대해 민감도 분석을 수행하였다. 사용하는 금융 자산의 종류, 데이터 기간, 단기 만기 이율 사용여부, DNS 모형의 곡률 요인에 관한 모수, 장기선도금리, 금리충격 관찰 시점 등에 대하여 민감도 분석을 하여 가정별로 금리 충격 시나리오에 어떠한 영향을 주는지 보여주었다. 각 가정들은 절대적인 이자율 수치 자체에 크게 영향을 주지는 않지만, 이자율의 사용 목적에 따라 작은 수치의 변화만으로도 큰 의미를 가질 수 있기에 금리 충격 시나리오의 생성 목적에 따라 적절한 가정을 수립하는 것이 중요하다.

또한 PCA를 이용한 금리 충격 시나리오가 DNS 모형과 어떤 차이점이 있는지 비교하였

다. PCA의 제 1주성분과 제 2 주성분이 각각 DNS 모형의 수준요인 l 및 기울기 요인 s 와 높은 상관관계를 나타냈다. PCA 방법을 통한 충격 생성 시나리오가 각 요인의 변동으로 인해 금리 곡선이 직접적으로 변동하는 반면, DNS 모형을 통한 충격 생성 시나리오는 각 요인의 변동에 금리 충격량이 결정되어 금리 충격이 생성되는 상대적으로 간접적인 매커니즘을 가진다. DNS의 경우 세 요인을 통해 간접적으로 다양한 종류의 금리 충격 시나리오가 생성되기 때문에 DNS 모형이 세분화된 위험 관리의 측면에서는 우수함을 실증적으로 알 수 있다.

일반적으로 자산보다 부채 만기가 더 긴 보험회사, 특히 생명보험회사의 특성상 금리리스크는 지급여력비율에 많은 영향을 미친다. 금리리스크에 대한 다양한 분석과 비교를 통해 국내 환경에 적합한 모형을 선정하는 것이 필요할 것이다.

참고문헌

- 노건엽·장봉규·태현욱 (2016), “보험부채 공정가치 평가목적 할인율에 관한 연구”, **보험학회지**, 제107집, 한국보험학회, pp. 75-108.
- (Translated in English) Noh, G., B., Jang, and H., Tae (2016). “A Study on Discount Rates for Fair Valuation of Insurance Liabilities.”, *Korean Insurance Journal*, 107: 75-108.
- 노건엽 (2018), “주성분 분석을 이용한 보험사 금리리스크 측정”, **계리학연구**, 제10권 제2호, 한국계리학회, pp. 3-36.
- (Translated in English) Noh, G. (2018). “Interest Risk Measurement of Insurance Company using Principal Component Analysis”, *The Journal of Actuarial Science*, 10(2): 3-36.
- 임준환·최장훈·한성원 (2018), **생명보험산업의 금리위험 평가**, 보험연구원.
- (Translated in English) Im, J., J., Choi, and S., Han (2018). *Assessment on Domestic Life Insurers' Liability: A Interest rate Sensitivity(Duration) Approach*, KIRI.
- Charpentier, A., and C., Villa (2010). *Generating Yield Curve Stress-scenarios*(<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00550582>).
- Dattalo, P. (2013). *Analysis of Multiple Dependent Variables*, Oxford University Press.
- Diebold, F., and C., Li (2006). “Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields”, *Journal of econometrics*, 130(2): 337-364.
- Diebold, F., C., Li, and V., Yue (2008). “Global Yield Curve Dynamics and Interactions: a Dynamic Nelson-Siegel Approach”, *Journal of Econometrics*, 146(2): 351-363.
- EIOPA (2014). *Technical Specification for the Preparatory Phase Part II*.

- Ezequiel U. (2013). *The Simple Regression Model: Estimation and Properties*.
- IAIS (2016). *Instruction for the May 2016 Quantitative Data Collection Exercise*.
- ____ (2017). *Instruction for the May 2017 Quantitative Data Collection Exercise*.
- ____ (2018). *Instruction for the May 2018 Quantitative Data Collection Exercise of the Field Testing Project*.
- Johnson, R., and D., Wichern (2002). *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Pearson Education.
- Karatzas, I., and S., Shreve (2012). *Brownian Motion and Stochastic Calculus(Vol. 113)*, Springer Science and Business Media.
- Nelson, C., and A., Siegel (1987). "Parsimonious Modeling of Yield Curves", *Journal of business* : 473-489.

Appendices

본 장에서는 l_t, s_t, c_t 시계열 및 모형의 모수 추정 방법에 대해 추가적으로 서술하고 그 결과를 비교한다. 즉, DNS 모형을 바탕으로 금리 충격 시나리오를 생성하여 금리 충격이 발생했을 때 모수 추정방법에 따라 이자율 곡선에 어떠한 영향을 주는지를 살펴본다.

금리 충격 시나리오를 생성하기 위해서 식 (2)와 (5)에 따라 l_t, s_t, c_t 시계열을 우선 추정하고, 이를 바탕으로 l_t, s_t, c_t 모형의 모수를 추정하였다. 이때 l_t, s_t, c_t 모형이 대각 행렬에 의해 결정된다고 가정하였으며, 각 요인의 상대적인 비중을 결정하는 모수인 λ 가 주어졌다고 가정한다. 본 절에서는 먼저 l_t, s_t, c_t 모형이 대각행렬이 아니라 전체 행렬을 이용할 때의 추정 방법 및 결과와 상대적인 비중을 결정하는 모수인 λ 가 주어지지 않고 추정해야할 때의 방법 및 결과가 각각 어떻게 다른지 분석한다. 우선 각 추정 방식이 어떻게 진행되는지 살펴보고 최종적으로 각 추정 방식에 따라 결과가 어떻게 달라지는지 비교한다.

가. 전체행렬

l_t, s_t, c_t 모형에서 대각행렬을 가정하지 않을 경우 식 (6) ~ (10)은 다음과 같이 수정된다.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \Delta l_{t_n} \\ \Delta s_{t_n} \\ \Delta c_{t_n} \end{bmatrix} &:= \begin{bmatrix} \Delta l_n \\ \Delta s_n \\ \Delta c_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{n+1} - l_n \\ s_{n+1} - s_n \\ c_{n+1} - c_n \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \kappa_{11}^P & \kappa_{12}^P & \kappa_{13}^P \\ \kappa_{21}^P & \kappa_{22}^P & \kappa_{23}^P \\ \kappa_{31}^P & \kappa_{32}^P & \kappa_{33}^P \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \theta_1^P \\ \theta_2^P \\ \theta_3^P \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_n \\ s_n \\ c_n \end{bmatrix} \right) \Delta_n + \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \sqrt{\Delta_n} \begin{bmatrix} Z_{1,n+1} \\ Z_{2,n+1} \\ Z_{3,n+1} \end{bmatrix}, \quad (6') \\
 \Leftrightarrow \Delta X_{t_n} &:= \Delta X_n = K(\Theta - X_n)\Delta_n + \Sigma \sqrt{\Delta}
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \Delta l_n = \beta_{1,1} + \beta_{1,2}l_n + \beta_{1,3}s_n + \beta_{1,4}c_n + \epsilon_{1,n+1} \\ \Delta s_n = \beta_{2,1} + \beta_{2,2}l_n + \beta_{2,3}s_n + \beta_{2,4}c_n + \epsilon_{2,n+1}, \\ \Delta c_n = \beta_{3,1} + \beta_{3,2}l_n + \beta_{3,3}s_n + \beta_{3,4}c_n + \epsilon_{3,n+1} \end{cases} \\
\Leftrightarrow \begin{cases} Y_{1,n} = \beta_{1,1} + \beta_1 \cdot X_n + \epsilon_{1,n+1} \\ Y_{2,n} = \beta_{2,1} + \beta_2 \cdot X_n + \epsilon_{2,n+1}. \\ Y_{3,n} = \beta_{3,1} + \beta_3 \cdot X_n + \epsilon_{3,n+1} \end{cases} \quad (7')$$

$$\begin{aligned} \text{이 때, } \beta_{1,1} &= \sum_{i=1}^3 \kappa_{1i}^P \theta_i^P \Delta_n, \quad \beta_{2,1} = \sum_{i=1}^3 \kappa_{2i}^P \theta_i^P \Delta_n, \quad \beta_{3,1} = \sum_{i=1}^3 \kappa_{3i}^P \theta_i^P \Delta_n, \\ \beta_j &= [\beta_{j,2} \beta_{j,3} \beta_{j,4}], \\ \beta_{j,2} &= -\kappa_{j1}^P \Delta_n, \quad \beta_{j,3} = -\kappa_{j2}^P \Delta_n, \quad \beta_{j,4} = -\kappa_{j3}^P \Delta_n, \quad j = 1, 2, 3 \\ \epsilon_{n+1} &:= [\epsilon_{1,n+1} \epsilon_{2,n+1} \epsilon_{3,n+1}]^T \sim MN(0_{3 \times 1}, \Omega), \quad \Omega = \Sigma \Sigma' \Delta_n. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\widehat{\beta}_{i,j}) &= \arg \min_{(\beta_{i,1}, \beta_{i,2}, \beta_{i,3}, \beta_{i,4})} \sum_{n=1}^{N-1} (Y_{i,n} - \beta_{i,1} - \beta_i \cdot X_n)^2 \\ &= \arg \min_{(\beta_{i,j})} \sum_{n=1}^{N-1} (Y_{i,n} - \beta_{i,1} - \beta_{i,2}X_{1,n} - \beta_{i,3}X_{2,n} - \beta_{i,4}X_{3,n})^2. \end{aligned} \quad (8')$$

$$\begin{aligned} e &= \begin{bmatrix} e_{1,1} & e_{1,2} & \dots & e_{1,N-1} \\ e_{2,1} & e_{2,2} & \dots & e_{2,N-1} \\ e_{3,1} & e_{3,2} & \dots & e_{3,N-1} \end{bmatrix}, \\ e_{1,n} &= Y_{1,n} - (\widehat{\beta}_{1,1} + \widehat{\beta}_1 \cdot X_{1,n}), \\ e_{2,n} &= Y_{2,n} - (\widehat{\beta}_{2,1} + \widehat{\beta}_2 \cdot X_{2,n}), \\ e_{3,n} &= Y_{3,n} - (\widehat{\beta}_{3,1} + \widehat{\beta}_3 \cdot X_{3,n}). \\ \widehat{\Omega} &= \frac{1}{N-3} e e'. \end{aligned} \quad (10')$$

이때 각 모수는 다음과 같이 추정될 수 있다:

$$\begin{aligned} \kappa_{ji}^P &= -\frac{\widehat{\beta}_{j,i+1}}{\Delta_n}, \\ \begin{bmatrix} \theta_1^P \\ \theta_2^P \\ \theta_3^P \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \kappa_{11}^P & \kappa_{12}^P & \kappa_{13}^P \\ \kappa_{21}^P & \kappa_{22}^P & \kappa_{23}^P \\ \kappa_{31}^P & \kappa_{32}^P & \kappa_{33}^P \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \widehat{\beta}_{1,1} \\ \widehat{\beta}_{2,1} \\ \widehat{\beta}_{3,1} \end{bmatrix} \Delta_n^{-1}, \\ \widehat{\Sigma} &= chol(\widehat{\Omega}) / \sqrt{\Delta_n} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (11')$$

나. 모수 λ 를 추정해야 할 경우

본 연구에서는 l_t, s_t, c_t 모형에서 각 요인의 상대적인 비중을 결정하는 모수 λ 가 주어진다고 가정하여 분석을 진행하였다. 그러나 모수 λ 가 주어지지 않아 추정해야 할 경우에는 본 연구와 같이 추정 단계를 l_t, s_t, c_t 시계열 추정과 l_t, s_t, c_t 모형의 모수 추정의 두 단계로 분리하여 진행할 수 없게 된다. 따라서 본 절에서는 칼만필터(Kalman filter)를 바탕으로 우도함수 추정법(Maximum likelihood estimator)을 사용하여 l_t, s_t, c_t 시계열과 λ 를 포함한 모형의 모수를 한 번에 추정한다.

칼만 필터는 관측 가능한 변수와 이와 선형적인 관계를 가지고 있는 상태 변수가 존재하고, 상태변수가 이전 시점의 값과 선형적인 관계를 이루고 있는 경우 적용할 수 있다. DNS 모형에서는 관측 가능한 변수가 이자율 $y_t(\tau)$ 이며, 상태변수가 l_t, s_t, c_t 에 해당된다. t 시점에서 관찰할 수 있는 이자율은 각 만기 $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m$ 에 대하여 $y_t(\tau_1), y_t(\tau_2), \dots, y_t(\tau_m)$ 이며 이를 벡터로 표현할 수 있다. 이를 식으로 표현하면 아래와 같다:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} l_{n+1} \\ s_{n+1} \\ c_{n+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 - \kappa_{11}^P \Delta_n & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \kappa_{22}^P \Delta_n & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \kappa_{33}^P \Delta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_n \\ s_n \\ c_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_{11}^P \Delta_n \theta_1^P \\ \kappa_{22}^P \Delta_n \theta_2^P \\ \kappa_{33}^P \Delta_n \theta_3^P \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \sqrt{\Delta_n} \begin{bmatrix} Z_{1,n+1} \\ Z_{2,n+1} \\ Z_{3,n+1} \end{bmatrix} \\ \Leftrightarrow X_{n+1} &= FX_n + B + \Sigma \sqrt{\Delta_n} Z_n. \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} y_n(\tau) &:= l_n + s_n \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + c_n \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right). \\ \begin{bmatrix} y_n(\tau_1) \\ y_n(\tau_2) \\ \vdots \\ y_n(\tau_m) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 (1 - e^{-\lambda\tau_1})/\lambda\tau_1 & (1 - e^{-\lambda\tau_1})/\lambda\tau_1 - e^{-\lambda\tau_1} \\ 1 (1 - e^{-\lambda\tau_2})/\lambda\tau_2 & (1 - e^{-\lambda\tau_2})/\lambda\tau_2 - e^{-\lambda\tau_2} \\ \vdots & \vdots \\ 1 (1 - e^{-\lambda\tau_m})/\lambda\tau_m & (1 - e^{-\lambda\tau_m})/\lambda\tau_m - e^{-\lambda\tau_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_n \\ s_n \\ c_n \end{bmatrix} \\ \Leftrightarrow Y_n &= HX_n \end{aligned} \quad (38)$$

칼만필터는 식(20)과 식(21)을 바탕으로 예측과 업데이트를 반복하며 l_t, s_t, c_t 의 시계열을 추정하는 역할을 한다. 그러나 칼만필터 자체는 상태변수를 추정하기 위한 방법이며 주어진 모형의 모수를 바탕으로 상태변수를 예측할 뿐, 모수를 추정하는 기능을 할 수는 없다. 그러므로 우도함수 추정법에 따라 칼만필터의 우도를 최대화하는 모수를 추정하고, 그때의 모수를 바탕으로 l_t, s_t, c_t 의 시계열을 추정해야 한다. 이때, 본 모형에서 추정 오류가 정규 분포를 따른다고 가정하였으므로 최대 우도를 구하는 것은 최소자승법(Least square method)과 동일하다.

다. 각 추정방법의 비교

각 추정방법에 따른 모수 추정치는 <Appendix table 1>, <Appendix table 2>, <Appendix table 3>와 같다. 세 가지 추정 방법 각각에 의해 얻어진 l_t, s_t, c_t 시계열은 <Appendix figure 1>와 같으며 유사한 모습을 보여줌을 알 수 있다. 각 추정방법에 대한 비교는 모두 2007년 ~ 2017년 사이의 이자율의 분기 데이터를 사용하여 이루어졌다. 기본 모형과 전체행렬을 사용한 모형은 같은 λ 값을 사용하였으며 따라서 l_t, s_t, c_t 시계열 추정 단계까지는 같고 이후의 모수 추정 단계부터 차이를 보인다. 두 방법의 추정 오차는 최소자승법을 사용하였고 각각 0.0798, 0.0798의 값이 나와 유의미한 차이를 보이지 않는다.

칼만필터를 사용한 추정방법의 경우, 앞선 두 모형과 달리 l_t, s_t, c_t 시계열의 추정 오차를 최소화하는 것이 아니라 l_t, s_t, c_t 시계열을 바탕으로 계산되는 이자율 $y_t(\tau)$ 의 예측치와 실제 $y_t(\tau)$ 값 사이의 오차를 최소화하는 방법으로 진행된다. 따라서 일괄적으로 추정 오차를 비교하는 것은 적절하지 않을 수 있다. 다만 다른 두 모형과 달리 추정 단계가 l_t, s_t, c_t 시계열 추정 단계와 l_t, s_t, c_t 모형의 모수 추정 단계를 분리하지 않고 한 번에 이루어지기 때문에 추정치의 정확도가 떨어질 가능성이 있다.

〈Appendix table 1〉
Parameters of Benchmark
Model

Parameters	Value
λ	0.0609
κ_{11}^P	0.201387
κ_{22}^P	1.002074
κ_{33}^P	2.467686
θ_1^P	0.029804
θ_2^P	-0.01271
θ_3^P	-0.01316
σ_{11}	0.009141
σ_{21}	-0.00983
σ_{22}	0.012831
σ_{31}	0.009444
σ_{32}	-0.00576
σ_{33}	0.015776

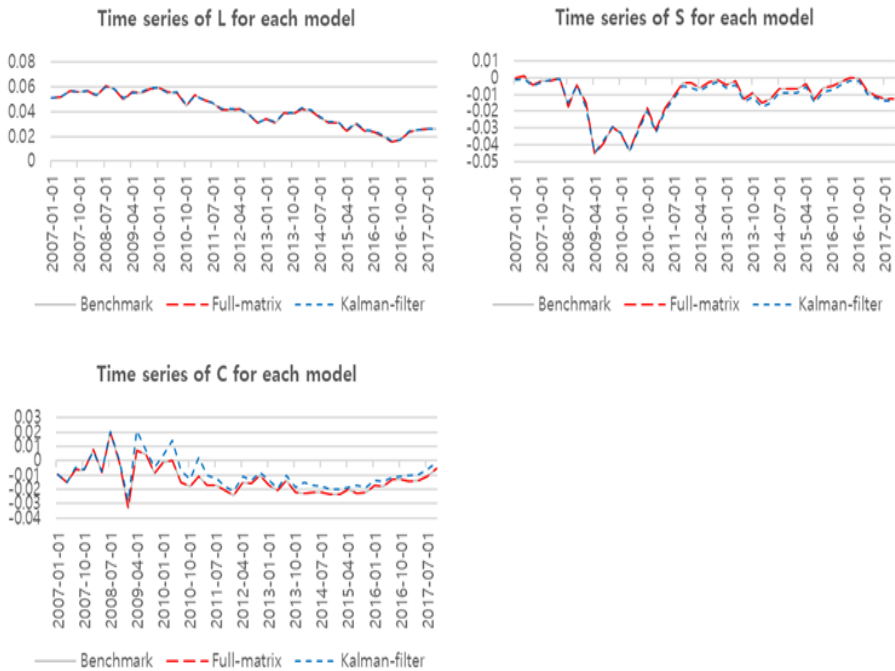
〈Appendix table 2〉
Parameters of Full
Matrix Model

Parameters	Value
λ	0.0609
κ_{11}^P	0.510528
κ_{12}^P	-0.79353
κ_{13}^P	-0.51868
κ_{21}^P	0.385115
κ_{22}^P	0.378537
κ_{23}^P	-1.47221
κ_{31}^P	-0.04423
κ_{32}^P	-0.13513
κ_{33}^P	1.758552
θ_1^P	0.038394
θ_2^P	-0.01069
θ_3^P	-0.01305
σ_{11}	0.01034
σ_{21}	-0.00769
σ_{22}	0.013704
σ_{31}	0.009552
σ_{32}	-0.00547
σ_{33}	0.016183

〈Appendix table 3〉
Parameters of
Kalman-filter Model

Parameters	Value
λ	0.049543
κ_{11}^P	0.428877
κ_{22}^P	0.071664
κ_{33}^P	0.64679
θ_1^P	0.04462
θ_2^P	-0.03482
θ_3^P	-0.01951
σ_{11}	0.040739
σ_{21}	0.028506
σ_{22}	0.042725
σ_{31}	-0.04869
σ_{32}	-0.03637
σ_{33}	-0.0481

〈Appendix figure 1〉 Comparison of L, S, C Time Series for Each Model



Abstract

We use the Dynamic Nelson-Siegel model (DNS) to simulate interest rate shocks and analyze how they affect the term structure of interest rates. We generate scenarios of the interest rate shocks following the suggestion of ICS: mean-reversion, level-up and down, twist-up and down shocks. Sensitivity analysis is also conducted on various parameter assumptions. We find that each scenario gives a various impact on the term structure. Therefore, it is necessary to cope with risk factors of interest rate shocks. Moreover, we analyze the difference in the interest rate shock scenarios between PCA and DNS. It will be necessary to select a model suitable for the domestic environment through various analyses and comparisons of interest rate risk models.

※ Key words: DNS, Interest rate shock, PCA, K-ICS

Exchange Option Pricing Approach to Deposit Insurance Premium for Korean Life Insurance*

교환옵션가격결정모형에 근거한 예금보험료 합리화 방안에
관한 연구: 생명보험업을 중심으로

Jooho Sung**·Daehwan Kim***·Donghwa Lee****

This paper aims to investigate the risk-based premium rates of the Korea Deposit Insurance Corporation (KDIC), particularly focusing on life insurance firms. To accomplish this, we employ the exchange option model based on the assumption that assets and liabilities follow lognormal diffusion processes. Further, we incorporate the discount rate of expenses based on a purchase-and-assumption to consider the characteristics of the life insurance sector. To estimate premium rates between 2010 and 2017, we use the empirical data of Korean life insurance firms and asset indexes from 2000 to 2016. The result provides evidence that life insurance companies in Korea have been generally charged higher premium rates than they should be charged. The result also shows that most of the healthy life insurance companies aid a smaller number of risky companies in Korea. Finally, our result indicates that premium rates tend to be more sensitive to correlation between assets and liabilities under capital deficiencies.

Key words: Deposit insurance scheme, Risk-based premium, Option pricing model, Life insurance industry

한국연구재단 분류 연구분야 코드: B050701, B050704, B051601

* This paper was supported by the Deasan Shin Yong Ho Memorial Society.

** first author: Professor in School of Management at Kyung-Hee University (jhsung@khu.ac.kr)

*** co-author: Associate Professor in Department of Economics at Dong-A University (kimdh@dau.ac.kr)

**** corresponding author: Ph.D. student in School of Management at Kyung-Hee University (ldhc9@khu.ac.kr)

논문 투고일: 2018. 12. 11, 논문 최종 수정일: 2019. 03. 07, 논문 게재 확정일: 2019. 05. 16

I. Introduction

As in many nations that have experienced a financial crisis, deposit insurance has attracted an increasing amount of attention in Korea. When the government set a premium rate for Korea Deposit Insurance Corporation(KDIC) in the Depositor Protection Act of 1997, it had neither experience nor data to offer a guideline regarding an appropriate premium rate. Although the rates have been subject to several adjustments, questions have been raised regarding the fairness of current deposit insurance premium rates. The main criticism is that the KDIC has not considered a risk-based premium rate. Park and Park(2014) argued that due to complex political issues as well as the huge costs involved in analyzing risks, a risk-based premium rate is not easy to practically implement.

Deposit insurance premium rates have been periodically revised since 1997(see table 1). At the beginning of the scheme in 1997, premium rate levels were kept relatively low in order to relieve the financial burden of companies. After the Asian financial crisis, however, the premiums were significantly increased, as massive government investments were injected to revive financial institutions. The biggest increase in premium rates occurred in 2000, through which the premiums were doubled for every financial sector. The premium rates have decreased since 2009, except for the mutual savings banks sector, which experienced a recent financial crisis in 2011. Although the KDIC has continuously attempted to set fair premium rates, questions have been raised regarding the methodology used for calculating the premium rates. In reality, the trend of historical premium rates shows that they have decided based on policy judgements rather than a risk-based valuation. Further, the KDIC has not considered the characteristics of each financial sector when deciding

premium rates, even if they charge differentiated premium rates for each financial sector.¹⁾ Moreover, insurance premium rates have been unchanged since 2009, despite various changes in a financial environments.

〈Table 1〉 Historical Deposit Insurance Premium Rates for Each Financial Sector
(Unit: %)

Period	Banks	Insurance Companies	Investment Traders and Brokers	Merchant Banks	Mutual Savings Banks
~Nov. 1997	0.02	-	-	-	-
Nov. 1997~Apr. 1998	0.03	-	-	-	-
Apr. 1998~Jul. 1998	0.03	0.15	0.10	0.12	0.15
Jul. 1998~Jul. 2000	0.05	0.15	0.10	0.15	0.15
Jul. 2000~Jun. 2009	0.10	0.30	0.20	0.30	0.30
Jun. 2009~Nov. 2011	0.08	0.15	0.15	0.15	0.35
Nov. 2011~Present	0.08	0.15	0.15	0.15	0.40

Source: Korea Deposit Insurance Corporation.

A methodology to determine a fair deposit insurance premium has been offered by Merton(1977), who first suggests using the option-pricing model to evaluate the cost of guarantee by the Federal Deposit Insurance Corporation(FDIC). An extension of this methodology has been made by Ronn and Verma(1986), which additionally consider a capital forbearance. McCulloch(1985) and Pennacchi(1987) incorporate stochastic interest rates to calculate fair insurance values. A more appropriate model for property-liability insurers has been developed by Cummins(1988), who considers a stochastic liability with jump risk. Pennacchi(2005) suggests a moving average method for reducing the cyclicity of deposit insurance premiums.

1) Life insurance institutions are different from other financial institutions in terms of a business purpose, structural design of financial product, and risk exposure. However, in table 1, the trend of historical premium rates of the life insurance sector is similar with that of other financial sectors(Kim et al, 2018).

The use of the option pricing model gives two primary advantages. First, Marcus and Shaked(1984) argue that fair premium rates can be calculated by applying data collected over short time periods. This is important for nations in which the financial sector has a relatively short history. Second, Phillips et al.(1998) argue that the option pricing model explicitly incorporates default risk. This is also important given the increase in the volatility of life insurance companies.

In terms of the issue of KDIC premium rates, there are very few empirical studies that use the option pricing model (Joh(2008); Kang et. al.(2011)). In particular, there are no empirical studies for Korean life insurance firms. Thus, the main purpose of this paper is to investigate a risk-based premium rate of deposit insurance, particularly focusing on life insurance companies.

Our model fundamentally follows the Cummins(1988) model based on an assumption that assets and liabilities follow lognormal diffusion processes. In addition, to consider a characteristic of the life insurance sector when estimating premium rates, we apply a purchase-and-assumption(P&A) effect. Unlike other financial sectors, in the insurance sector, an insurance run is not likely to occur.²⁾ Thus, the KDIC is likely to arrange P&A rather than liquidation and deposit payoff when insurance firms go bankrupt. In reality, during the Asian financial crisis from 1997 to 1999 in Korea, most remaining claims of distressed insurance firms were successfully transferred to solvent companies without the insurance run(see table 2). By arranging P&A, the KDIC could cut down on expenses over the period(see table 3).

2) International Association of Insurance Supervisors(2011).

〈Table 2〉 Restructuring of Life Insurance Companies during the Asian Financial Crisis

Failed Company	Restructuring method	The date of restructuring	Acquisition Company
Kukjei Life	Purchase-and-assumption	Aug. 1998	Samsung Life
BYC Life	Purchase-and-assumption	Aug. 1998	Kyobo Life
Taeyang Life	Purchase-and-assumption	Aug. 1998	Heungkuk Life
Coryo Life	Purchase-and-assumption	Aug. 1998	Cheil Life
Doowon Life	Purchase-and-assumption	Dec. 1999	Daehan Life

Source: Korea Life Insurance Association.

〈Table 3〉 The Expense of P&A during Asian Financial Crisis

(Unit: one million KRW)

Failed Company				Acquisition Company	Expense of P&A ¹⁾
Name	Asset (①)	Liability (②)	② - ①		
Kukjei Life ¹⁾	265,386	570,550	305,164	Samsung Life	68,833
BYC Life ¹⁾	242,335	396,475	154,120	Kyobo Life	42,877
Taeyang Life ¹⁾	296,836	443,699	146,863	Heungkuk Life	76,471
Coryo Life ¹⁾	194,889	313,769	118,880	Cheil Life	40,563
Doowon Life ²⁾	238,418	478,119	239,701	Daehan Life	30,000

Source: Korea Life Insurance Association, Korea Deposit Insurance Corporation.

Notes: 1) We obtain data from 1997 financial statements.

2) We obtain data from 1998 financial statements.

Therefore, the valuation of deposit insurance has yet to be fairly priced in terms of standard option pricing model. Shown in table 2 and 3, the KDIC would be likely to cut down the P&A expense when dealing with failed companies because P&A is determined largely by the government judgement. Without loss of generality, we assume that the KDIC will estimate premium rates incorporating the P&A effect.

The remainder of the paper is organized as follows. The section 2 presents a valuation formula for the deposit insurance premium rate. The section 3 describes the data and result. In the section 4, we present our conclusions.

II. An option-pricing framework

1. Design for valuation

We assume that insurers enter into a contractual arrangement and pay the KDIC deposit insurance premiums at the beginning of a specific contract period whose length is generally one year. At the end of the year, the KDIC examines insured financial institutions. If the audits reveal that assets exceed liabilities, the companies continue to operate and a new premium is calculated on the basis of assets and liabilities for next year. On the other hand, in a case where liabilities exceed assets, the KDIC guarantees insured policyholders against losses resulting from the failure of the companies.

The following additional assumptions are made:

- (A1) The insurer has attained a steady-state position. This means that premium inflows, claims outflow, and the incidence of new claims during the contract period are equal.
- (A2) Insurer assets consist of marketable securities such as stocks, government bonds, deposits and real estates, and are assumed to follow geometric Brownian motion processes:

$$dA = \mu_A A dt + A \sigma_A dz_A, \quad (1)$$

where A is the insurer's assets, μ_A is the instantaneous expected rate of return on assets, σ_A is the instantaneous standard deviation of return on assets, and z_A is the vector of a standard Brownian motion process for assets.

- (A3) Insurer liabilities are the reserve built up over time through the

collection of premiums and held until claims are paid. We also assume that the liabilities follow a geometric Brownian motion and are determined by

$$dL = \mu_L L dt + L \sigma_L dz_L, \quad (2)$$

where L is the insurer's liabilities, μ_L is the instantaneous growth rate of liabilities, σ_L is the instantaneous standard deviation of growth rate on liabilities, and z_L is the vector of a standard Brownian motion process for liabilities.

(A4) Our model allows for correlation across the assets and liabilities as follows:

$$dz_A dz_L = \rho_{AL} dt, \quad (3)$$

where ρ_{AL} is a correlation between assets and liabilities.

As shown in the literature (e.g., Merton(1977) and Cummins(1988)), demand-deposit guarantees and put options have an isomorphic relationship. Thus, the deposit insurance can be valued using option pricing techniques. We can define the value to the insurer of the guarantee when the length of time until the end of the year ($T=1$), P , as

$$P(A, L, T) = \max(0, L - A). \quad (4)$$

That is, the deposit insurance pricing model has a structure whereby the insurer purchases the put option from the KDIC, where in equation (4), promised payment L corresponds to the exercise price, and the value of the insurer's asset A corresponds to the underlying asset.

Utilizing procedures consistent with those employed in Margrabe(1978) who develops an option pricing model for an exchange option to exchange one risky asset for another, a differential equation for deposit insurance premium is obtained (see Margrabe(1978)):

$$P_T + \frac{1}{2} [A^2 \sigma_A^2 P_{AA} + L^2 \sigma_L^2 P_{LL} + 2AL\sigma_A\sigma_L P_{AL}] = 0. \quad (5)$$

The boundary condition for equation (5) is as follows:

$$0 \leq P(A, L, T) \leq A. \quad (6)$$

The function $P(A, L, T)$ is the solution to the differential equation (5), subject to the boundary conditions (6) and the initial condition (4):

$$P(A, L, T) = L \times N(-d_2) - A \times N(-d_1), \quad (7)$$

where $N(\cdot)$ represents the normal cumulative density function, the parameters d_1 and d_2 are given by

$$d_1 = \frac{\log(A/L) + (v^2/2)T}{v\sqrt{T}},$$

$$d_2 = \frac{\log(A/L) - (v^2/2)T}{v\sqrt{T}} = d_1 - v\sqrt{T},$$

where A is the insurer's asset at the beginning of the year, L is the insurer's liability at the beginning of the year, and $v = \sqrt{\sigma_A^2 - 2\rho_{AL}\sigma_A\sigma_L + \sigma_L^2}$ is the volatility of the portfolio relative to the liability.

Then, following Ronn and Verma(1986), we scale down the value of deposit insurance by the proportion of policy reserve to total liability. Therefore, we

can rewrite the deposit insurance premium, P^* , as

$$P^* = P \times \frac{L_1}{L_1 + L_2} = L_1 \times N(-d_2) - \frac{A \times L_1}{L} \times N(-d_1) \quad (8)$$

where L_1 is the value of the policy reserve, and L_2 is the value of all liabilities other than the policy reserve. Equation (8) is consistent with the formula for a put option with exercise price L_1 on an underlying asset with current value A . The implication of equation (8) is that the deposit insurance gives policyholders an option to sell their deposits on financial institutions to the KDIC at price L_1 .

2. Low possibility of full contract terminations

Although we calculated the value of the deposit insurance from the option pricing model, it is likely to be overpriced. In the option-pricing model, policyholders must exercise a put option if the liability exceeds the asset at the maturity. However, insurance policyholders tend not to easily terminate their contract by withdrawing deposits from an insurer whose financial condition has deteriorated.³⁾ That is, policyholders do not generally exercise their option that is already in the money. Further, the KDIC prefers to arrange P&A rather than liquidate failed companies' assets and pay off policyholders. This is analogous to the approach taken by other deposit insurance institutions (e.g. FDIC and Assuris) as they attempted to cut down on expenses. Thus, liquidation and deposit pay offs hardly ever happen in the life insurance sector. For this reason, P&A is a crucial factor which we should consider for estimating premium rates. We incorporate the discount rate of expenses as follows⁴⁾:

3) International Association of Insurance Supervisors(2011).

4) During the Asian financial crisis, the KDIC successfully transferred all assets

$$P^{**} = P^* \times \eta, \quad (9)$$

where P^* is the calculated premium from equation (8) and η , the discount rate of expenses by P&A, is given as

$$\eta = \frac{c}{(L - A) \times \frac{L_1}{L}},$$

where c is the P&A expenses and $(L - A) \times L_1/L$ is the pay-off expenses payable from the KDIC: that is, η means a ratio of the P&A expenses to liquidation expenses. Equation (8) is a special case of equation (9): in particular, two equations are equal when $\eta = 1$.

Finally, in Korea, the deposit insurance premium rate, π , is based on the premium income and policy reserve as follows⁵⁾

$$\pi = \frac{P^{**}}{(I + L_1) \times 0.5}, \quad (10)$$

where I is the value of the premium income.

and remaining claims of insolvent life company to solvent life company(see table 2). Actually through arranging P&A, the KDIC could cut down on expenses(see table 3).

5) In Korea, the deposit insurance premium for life insurance firms are calculated as follows: Deposit Insurance Premium=(Policy reserve+Premium income)/2×15/10,000

III. Empirical application

1. Sample life insurance firms

The Financial Supervisory Service(FSS) provides a financial statement and life insurance firms listed on the Korea Life Insurance Association(KLIA). The FSS contains financial data for financial sectors. We estimate premium rates since the last modification of 2009. Therefore, Our sample consists of every life insurance firm presented by the FSS and ALIA from 2009 to 2016. The sample includes nearly all insurance firms in Korea over the period, with only several firms excluded(see Table 4).

〈Table 4〉 Life Insurance Firms: Summary Statistics

Year	The number of firms	Firm's Assets(one billion KRW)				
		Mean	Standard deviation	Median	Minimum	Maximum
2009	22	16,933	29,438	8,141	701	133,045
2010	22 ¹⁾	18,925	32,089	9,228	825	146,354
2011	22 ²⁾	20,794	35,025	9,963	910	160,590
2012	22 ²⁾	23,831	40,198	11,393	997	185,475
2013	22 ³⁾	24,940	41,561	12,053	1,073	191,003
2014	22 ³⁾	27,639	45,924	13,407	1,200	211,204
2015	22 ³⁾	30,205	49,153	14,914	1,421	226,244
2016	22 ³⁾	32,560	52,395	16,539	1,560	241,904

Source: Korea Life Insurance Association.

Notes: To calculate the deposit insurance premium rate through the option-pricing model, sufficient data is required. For this reason, we excluded some life insurance firms with a history shorter than 10 years.

1) IBK Insurance has been excluded.

2) IBK Insurance and Nonghyup Life were excluded.

3) IBK Insurance, Nonghyup Life and Kyobo Lifeplanet Life were excluded.

2. Data

The model applied in the paper depends upon eight parameters: the insurer's asset (A), the insurer's liability (L), the insurer's policy reserve (L_1), the insurer's premium income (I), the variance for return of assets and liabilities (σ_A^2 and σ_L^2 respectively), the correlation of assets and liabilities (ρ_{AL}), and the discount rate of expenses according to the P&A (η).

To apply the insurer's asset, liability, policy reserve and premium income, we obtain financial data from the financial statements presented by the FSS. We use the annual data of each life insurance company as we assume that examination interval is one year.

To estimate the variance for return of the insurer's asset, we assume that life insurance firms invest their assets in stocks, government bonds, deposits and real estate.⁶⁾ The parameter is determined by each insurer's asset portfolio and the diffusion parameters of each asset class. Insurer's asset portfolios are estimated from data presented by the KLIA.⁷⁾ Parameters are estimated for stocks, government bonds, deposits and real estates over the period 2000 to 2016. Table 5 shows rates of return for each asset class.

6) We assume that non-invested assets have equivalent characteristics to bonds as in Cummins(1988).

7) As the insurers' asset portfolios are not available, we estimate the asset portfolios from annual statements provided by KLIA.

〈Table 5〉 Rates of Return for Each Asset Class(2000~2016)

(Unit: %)

	Stock ¹⁾	Government Bond (3 year) ²⁾	Deposit ²⁾	Real Estate ³⁾
2000	-50.92	8.30	6.87	0.43
2001	37.47	5.68	4.86	9.87
2002	-9.54	5.78	4.90	16.43
2003	29.19	4.55	4.36	5.74
2004	10.51	4.11	3.43	-2.07
2005	53.96	4.27	4.09	4.01
2006	3.99	4.83	4.86	11.60
2007	32.25	5.24	5.82	3.14
2008	-40.73	5.27	3.93	3.11
2009	49.65	4.04	2.86	1.46
2010	21.88	3.72	2.80	1.89
2011	-10.98	3.62	3.55	6.86
2012	9.38	3.13	2.89	-0.03
2013	0.72	2.79	2.66	0.37
2014	-4.76	2.59	2.13	2.10
2015	2.39	1.79	1.67	4.42
2016	3.32	1.44	1.52	1.35

Sources: 1) Korea Composite Stock Price Index.

2) Bank of Korea.

3) KB Financial group.

Estimating the variance of liability growth rate, Cummins(1988) adopted the log of (L_t/L_{t-1}) , where L_t = total liabilities at t . We follow Cummins(1988) for estimating the variance. Each firm's correlation between assets and liabilities is calculated from each firm's rate of return for asset and liability.

The final parameter is the discount rate of expenses according to P&A. While parameter η can be estimated from historical failure cases where P&A was arranged, it is difficult to estimate empirically. This is because the P&A is determined by policy judgements. It is assumed here that the KDIC will behave in a manner consistent with past decisions, which are to arrange the P&A when dealing with failed firms. Actually, in Korea, there have been five

bankruptcies in the life insurance sector during the Asian financial crisis(see table 2). At that time, the KDIC successfully transferred all assets and remaining claims of insolvent life insurance firms to solvent firms, at little cost and without deposit payoffs. Thus, we assume that the KDIC will decide to arrange P&A whenever they deal with failed firms. From the historical data, we obtain the discount rate of expense by P&A ($\eta = 0.389$).

〈Table 6〉 The Discount Rate of Expense by P&A

(Unit: one million KRW)

Name	Failed Company			P&A Expense (④)	The discount rate of expense by P&A (④)/(((②-①)×③/②))
	Asset (①)	Liability (②)	Policy reserve (③)		
Kukjei Life ¹⁾	265,386	570,550	567,551	68,833	0.2267
BYC Life ¹⁾	242,335	396,475	384,296	42,877	0.2870
Taeyang Life ¹⁾	296,836	443,699	434,592	76,471	0.5310
Coryo Life ¹⁾	194,889	313,769	310,030	40,563	0.3453
Doowon Life ²⁾	238,418	478,119	471,768	30,000	0.1268
Daishin Life ³⁾	902,845	1,111,791	973,725	139,254	0.7609
Hanil Life ⁴⁾	66,816	165,853	97,431	26,248	0.4511
Average					0.3899

Source: Korea Life Insurance Association, Korea Deposit Insurance Corporation.

Notes: 1) data set from 1997 financial statements.

2) data set from 1998 financial statements.

3) data set from 2002 financial statements.

4) data set from 2003 financial statements.

Lastly, based on the year for which we want to calculate the premium rate, we use data from the past 10 years. For instance, in order to calculate the premium rate in 2010, we apply data from 2000 to 2009.

3. Empirical findings

For the overall life insurance sector and each life insurance firm we calculate deposit insurance premium rates for 2010 to 2017. Table 7 compares historical deposit insurance premium rates with premium rate estimates based on data for the overall life insurance sector. The premium rate estimates have been lower than historical premium rates over the period. The premium rate estimates increased sharply in 2017 as life insurance firms increased the stock portion in their asset portfolios and the debt ratio climbed, by and large. In the light of the risk-based premium, it is clear that life insurance companies in Korea have generally charged much higher premium rates than they should charge. In addition, it seems that the KDIC needs to adjust premium rates according to market conditions. Unlike premium rate estimates, historical premium rates were flat, irrespective of not only during recessions but also during expansions.

〈Table 7〉 Historical Premium Rates and Premium Rate Estimates
(Overall Life Insurance Sector)

(Unit: %)

Year	Historical premium rates ¹⁾	Premium rate estimates ²⁾
2010	0.15	0.04
2011		0.01
2012		0.03
2013		0.05
2014		0.06
2015		0.07
2016		0.05
2017		0.13

Notes: 1) data source from Korea Deposit Insurance Corporation.

2) By applying the sum of total life insurance sector data, we estimate the premium rate estimates of overall life insurance sector.

Meanwhile, the range of premiums paid by life insurance firms from 2010 to 2017 is also important. Figure 1 shows that the distribution of premium rate estimates is extremely skewed. The number of insurance companies rapidly decreases for the premium between 0 and 0.0010. It shows that probability densities exhibit long right-hand tails for the whole period. Moreover, the highest premium rates are generally greater than 0.02 over the period. Although the KDIC is currently applying the risk-based premium rate, the range of KDIC premium rates is quite narrow compared to the that of premium rate estimates. For example, in 2017, the range of KDIC premium rates is only 0.00015 even though the highest premium rate estimate is 0.0164. This means that most of the healthy life insurance companies in Korea are aiding the risky companies.

〈Figure 1〉 The Range of Premium Rate Estimates from 2010 to 2017

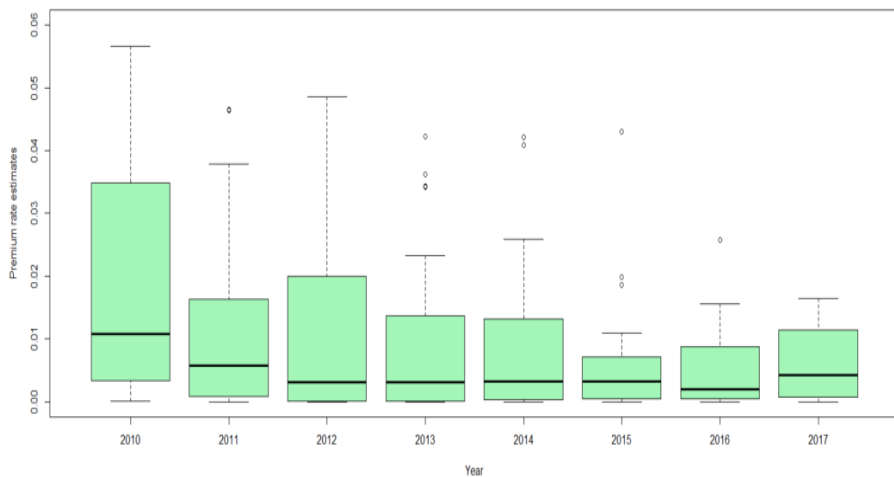


Table 8 shows more detailed statistics about deposit insurance premium rate estimates from 2010 to 2017. Mean and standard deviation have consistently declined since 2010. Life insurance firms experienced expansions over this

period, which leads to a decrease in the number of risky firms. Although gaps between minimum and maximum premium rate estimates have been narrowed gradually over 2010~2017 compared to the range of KDIC's risk-based premium rates, 0.00015. Therefore, it seems that the KDIC needs to classify life insurance firms in a more detailed way.

〈Table 8〉 Deposit Insurance Premium Rate Estimates: Summary Statistics

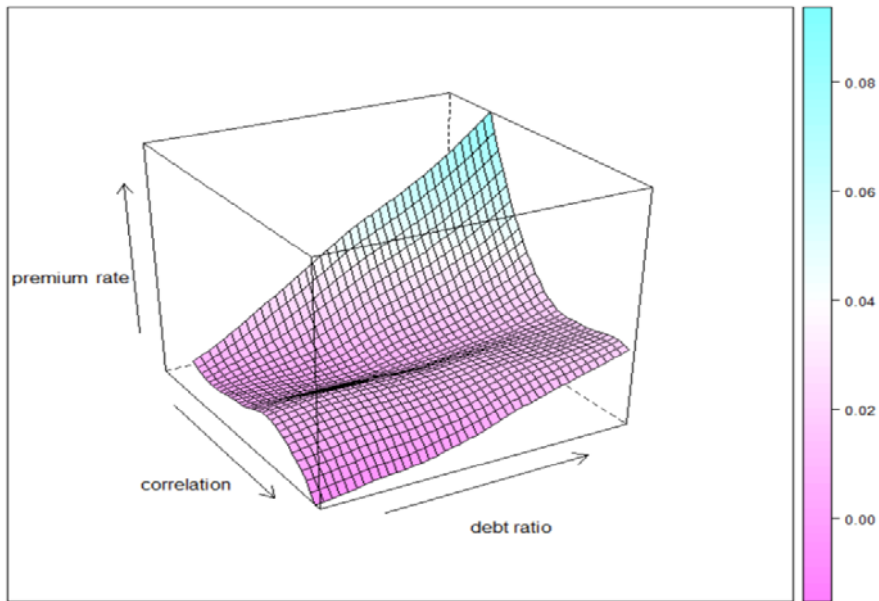
(Unit: %)

Year	The number of firms	Arithmetic Mean	Standard deviation	Median	Minimum	Maximum
2010	22	2.07	2.36	0.95	0.00	9.58
2011	22	1.20	1.49	0.56	0.00	4.65
2012	22	1.16	1.55	0.25	0.00	4.85
2013	22	1.01	1.38	0.20	0.00	4.23
2014	22	0.98	1.28	0.26	0.00	4.21
2015	22	0.66	0.97	0.30	0.00	4.31
2016	22	0.53	0.66	0.19	0.00	2.57
2017	22	0.61	0.59	0.35	0.00	1.64

Note: Arithmetic Mean, standard deviation and maximum have continuously been declined with decreasing the number of risky firms.

As shown in Figure 2, the debt ratio and correlation between assets and liabilities are important parameters in deciding premium rate levels. We identify that higher debt ratio generally bring about higher premium rate. Moreover, premium rates are more sensitive to correlation under capital deficiencies. Therefore, it is more important for capital-deficient firms to consider asset-liability management(so-called ALM). We expect that the correlation will increase in the near future as it is an important factor under the K-ICS(Korean-Insurance Capital Standard) which will be introduced in 2021. As a result, premium rate estimates are likely to become lower than they are currently.

〈Figure 2〉 Premium Rate Estimates Based on Correlation and Debt Ratio



4. Procyclicality

The option-pricing method is designed to have premium rates react rapidly to changes in financial conditions. As shown in Table 7, premium rate estimates have fluctuated heavily over the business cycle. In particular, the preceding analysis shows that premium rate estimates increase sharply during recessions, which would further pressure life insurance firms. Shaffer(1997) argues that fluctuating premiums causes profits to fluctuate, increasing the probability of failure. That is, the procyclicality effect under the option-pricing method is likely to worsen the financial stability of firms during recessions. Paradoxically, the deposit insurance system based on the risk-based method might increase the risk of default. Thus, smoothing premium rates over the business cycle is necessary for a steady-state deposit insurance system. Our model follows Pennacchi(2005), which attenuates the

procyclical impact of risk-based capital requirement through a moving average. We adapt it to decrease the volatility of premium rates over the business cycle; Premium rates are determined by a moving average (e.g. 3-year or 5-year) of past premium rates which are calculated without the moving average.

Table 9 shows premium rate estimates when periods of moving average are 1-year, 3-year and 5-year. Consistently with the previous literature, as the period of moving average increases, the volatility of premium rates decreases over the business cycle, since new financial conditions impact only a $(1/n)$ th. This case is likely to be more realistic because it is difficult to accept strong fluctuation of premium rates as a feature of regulation for firms.

〈Table 9〉 Deposit Insurance Premium Rate Estimates by Moving Average

(Unit: %)

Year	Premium rates without moving average (n = 1-year)	Moving average	
		n = 3-year	n = 5-year
2010	0.04		
2011	0.01		
2012	0.03	0.03	
2013	0.05	0.03	
2014	0.06	0.05	0.04
2015	0.07	0.06	0.04
2016	0.05	0.06	0.05
2017	0.13	0.08	0.07
Standard deviation	0.03	0.02	0.01

IV. Conclusions

Within the deposit insurance system, estimation of the appropriate premium rates is one of most important issues. If the KDIC sets a premium rate that is

lower than fair value, the system cannot maintain steady state due to the huge expense. On the other hand, a higher premium rate might also increase the probability of failure. Although premium rates have been periodically revised, there are no guidelines for an appropriate premium rate in Korea.

We estimate an actuarially fair risk-based premium rate employing the exchange option model based on the assumption that assets and liabilities follow lognormal diffusion processes. We also incorporate the discount rate of expenses by P&A to consider the characteristics of the life insurance sector. Finally, we apply the moving average method in order to dilute procyclical effects.

This study provides evidence that the life insurance firms are overpaying than their risk. Further, the distribution of premium rate estimates exhibits a long right-hand tail over the period from 2010 to 2017. It is possible to assert that life insurance firms with relatively higher financial stability have consistently assisted risky companies. Thus, even if the KDIC is currently implementing the risk-based premium system by assessing the risk profile of individual institutions, a more segmented system is needed to fairly impose the deposit insurance premium rates. In addition, our results indicate that premium rates tend to be more sensitive to the correlation between assets and liabilities in response to higher debt ratio. This fact supports the premise that risky firms must manage their risk by investing in their assets while considering their liabilities, and the KDIC also needs to consider the correlation as an important parameter for assessing firms.

The major limit of our methodology presented in this paper is the assumption that the insurer has attained a steady-station position. Although the assumption involves no loss of generality, incorporating the more realistic setting is an important next step. In reality, the life insurance market in Korea

has continuously expanded since the establishment of the KDIC. Thus, considering the incidence of new claims, premium inflow and claims outflow can help calibrate the model for the estimation of the premium rate.

Lastly, taking in account that the bankrupt would happen at any time of the year, an american option model could be more suitable than an european option adopted here. Then, we would like to leave this topic as a future development.

References

- 강호성·박광우·최원호·한중호 (2011), “국내상호저축은행 자료를 이용한 차등예금보험제도의 경기순응성 완화에 관한 실증연구”, **재무연구**, 제24권 제4호, 한국재무학회, pp. 1069-1111.
- (Translated in English) Kang, H., K., Park, W., Choi, and J., Han (2011). “A Study on the Attenuation of Procyclicity in the Risk-Based Deposit Insurance System for the Mutual Saving Banks in Korea”, *Asian Review of Financial Research*, 24(4):1069-1111.
- 박광우·박준호 (2014), “예금보험 문헌연구: 제도개선예의 함의”, **금융안정연구**, 제15권 제2호, 예금보험공사, pp. 1-30.
- (Translated in English) Park, K., and J., Park (2014). “Literature Review on the Deposit Insurance System around the World: Implications for its Improvement”, *Financial Stability Studies*, 15(2):1-30.
- 조성욱 (2008), “파산시기 변동성을 고려한 차등예금보험료 산출모형”, **금융안정연구**, 제9권 제1호, 예금보험공사, pp. 1-29.
- (Translated in English) Joh, S. (2008). “Deposit Insurance Premium When Korean Financial Institutions Face Variable Default Time”, *Financial Stability Studies*, 9(1):1-29.
- 김대환·성주호·손성동·이동화 (2018), **생명보험산업의 예금자보호제도 진단과 개선방안**, 생명보험협회.
- (Translated in English) Kim, D., J., Sung, S., Son and D., Lee (2018). *The Diagnosis and Improvement of Deposit Insurance System in the Life Insurance Industry*, Korea Life Insurance Association.
- Cummins, J. (1988). “Risk-Based Premiums for Insurance Guaranty Funds”, *The Journal of Finance*, 43(4):823-839.

- International Association of Insurance Supervisors (2011). *Insurance and Financial Stability*, Basel.
- Marcus, A., and I., Shaked (1984). "The Valuation of FDIC Deposit Insurance Using Option-pricing Estimates", *Journal of Money, Credit, and Banking*, 16(4):446-460.
- Margrabe, W. (1978). "The Value of An Option to Exchange One Asset for Another", *The Journal of Finance*, 33(1):177-186.
- McCulloch, J. (1985). "Interest-risk Sensitive Deposit Insurance Premia", *Journal of Banking and Finance*, 9(1):137-156.
- Merton, R. (1977). "An Analytic Derivation of the Cost of Deposit Insurance and Loan Guarantee", *Journal of Banking and Finance*, 1(1):3-11.
- Pennacchi, G. (1987). "A Reexamination of the Over- (or Under-) Pricing of Deposit Insurance", *Journal of Money, Credit, and Banking*, 19(3):340-360.
- _____ (2005). "Risk-based Capital Standards, Deposit Insurance, and Procyclicality", *Journal of Financial Intermediation*, 14(4):432-465.
- Phillips, R., Cummins, J., and F., Allen (1998). "Financial Pricing of Insurance in a Multiple-Line Insurance Company", *Journal of Risk and Insurance*, 65(4):597-636.
- Ronn, E., and Verma, A. (1986). "Pricing Risk-Adjusted Deposit Insurance: An Option-Based Model", *The Journal of Finance*, 41(4):871-895.
- Shaffer, S. (1997). "Deposit Insurance Pricing: the Hidden Burden of Premium Rate Volatility", *Cato Journal*, 17(1):81-90.

<http://www.bok.or.kr/eng/main/main.do>, 2018. 10. 7.

<http://nland.kbstar.com>, 2018. 10. 7.

<http://www.kdic.or.kr/english/index.jsp>, 2018. 2. 20.

Appendices

〈Appendix table 1〉 Standard Deviation Estimates for the Return of the Insurer's Asset

Life Insurer	Year							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
A	0.0384	0.0315	0.0210	0.0414	0.0328	0.0555	0.0486	0.0685
B	0.0136	0.0142	0.0137	0.0172	0.0196	0.0270	0.0216	0.0225
C	0.0873	0.0679	0.0714	0.0663	0.0606	0.0562	0.0461	0.0527
D	0.0659	0.0358	0.0372	0.0405	0.0362	0.0436	0.0497	0.0654
E	0.0483	0.0384	0.0330	0.0375	0.0403	0.0525	0.0520	0.0658
F	0.0088	0.0080	0.0162	0.0206	0.0098	0.0114	0.0123	0.0178
G	0.0623	0.0431	0.0607	0.0727	0.0512	0.0921	0.0869	0.0931
H	0.0863	0.0420	0.0397	0.0452	0.0385	0.0564	0.0584	0.0663
I	0.0695	0.0550	0.0492	0.0552	0.0762	0.0817	0.0913	0.1082
J	0.0350	0.0365	0.0292	0.0342	0.0301	0.0313	0.0396	0.0630
K	0.0093	0.0067	0.0068	0.0074	0.0100	0.0156	0.0188	0.0219
L	0.0099	0.0115	0.0106	0.0111	0.0124	0.0127	0.0137	0.0162
M	0.0198	0.0169	0.0178	0.0302	0.0313	0.0318	0.0308	0.0484
N	0.0087	0.0122	0.0161	0.0184	0.0315	0.0314	0.0303	0.0256
O	0.0101	0.0072	0.0073	0.0071	0.0084	0.0097	0.0116	0.0652
P	0.0100	0.0104	0.0071	0.0077	0.0092	0.0116	0.0123	0.0138
Q	0.0105	0.0178	0.0190	0.0267	0.0465	0.0403	0.0694	0.0514
R	0.0563	0.0364	0.0319	0.0450	0.0493	0.0258	0.0417	0.0406
S	0.0058	0.0216	0.0268	0.0283	0.0282	0.0310	0.0228	0.0135
T	0.0417	0.0327	0.0183	0.0130	0.0120	0.0123	0.0140	0.0377
U	0.0120	0.0071	0.0072	0.0073	0.0098	0.0106	0.0119	0.0169
V	0.0123	0.0164	0.0216	0.0184	0.0222	0.0411	0.0477	0.0537

〈Appendix table 2〉 Standard Deviation Estimates for the Growth Rate of Insurer's Liability

Life Insurer	Year							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
A	0.0354	0.0350	0.0214	0.0175	0.0198	0.0191	0.0189	0.0171
B	0.0405	0.0405	0.0437	0.0426	0.0477	0.0495	0.0471	0.0437
C	0.0329	0.0324	0.0240	0.0253	0.0282	0.0258	0.0253	0.0253
D	0.0555	0.0562	0.0429	0.0303	0.0235	0.0223	0.0239	0.0256
E	0.0189	0.0192	0.0158	0.0190	0.0204	0.0203	0.0202	0.0175
F	0.0684	0.1254	0.1377	0.1404	0.1208	0.1099	0.1101	0.1103
G	0.3077	0.0604	0.0508	0.0508	0.0510	0.0494	0.0517	0.0600
H	0.3972	0.0479	0.0483	0.0478	0.0493	0.0489	0.0488	0.0420
I	0.0843	0.0710	0.0656	0.0674	0.0816	0.0841	0.0681	0.0484
J	0.1264	0.0384	0.0224	0.0237	0.0400	0.0403	0.0414	0.0442
K	0.1106	0.0951	0.1160	0.1209	0.1273	0.1286	0.1021	0.0929
L	0.1896	0.1529	0.1150	0.0772	0.0663	0.0484	0.0395	0.0337
M	0.0752	0.0441	0.0312	0.0314	0.0384	0.0376	0.0346	0.0327
N	0.4039	0.4106	0.4111	0.3310	0.2642	0.2566	0.2083	0.1554
O	0.1528	0.1207	0.1412	0.1116	0.0968	0.0894	0.0732	0.0655
P	0.2541	0.1856	0.1830	0.1616	0.1401	0.1056	0.0874	0.0563
Q	0.2765	0.2436	0.2457	0.2590	0.2386	0.1395	0.1336	0.1339
R	0.2505	0.2538	0.2491	0.2467	0.2616	0.2650	0.1856	0.1417
S	0.1987	0.1724	0.1545	0.1414	0.1420	0.1369	0.1332	0.1364
T	0.0478	0.0484	0.0451	0.0429	0.0445	0.0365	0.0804	0.1109
U	0.1154	0.0815	0.0731	0.0693	0.0686	0.0750	0.0775	0.0764
V	0.3133	0.3315	0.2983	0.2782	0.2094	0.1497	0.1109	0.0840

〈Appendix table 3〉 Correlation Estimates between the Return of the Insurer's Asset and the Growth Rate of Liability

Life Insurer	Year							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
A	0.080	0.308	0.241	0.184	0.280	0.238	0.198	0.233
B	0.820	0.809	0.839	0.870	0.938	0.927	0.929	0.960
C	-0.080	0.077	-0.138	-0.086	0.020	-0.004	-0.129	-0.111
D	0.023	-0.201	-0.005	-0.234	0.107	0.077	0.139	0.179
E	-0.490	-0.404	-0.189	-0.242	-0.144	-0.166	-0.234	-0.256
F	0.285	-0.322	-0.392	-0.396	-0.415	-0.340	-0.060	0.143
G	-0.516	0.067	0.282	0.295	0.486	0.490	0.719	0.658
H	-0.569	-0.107	0.167	0.068	0.217	0.204	0.181	0.181
I	0.339	0.040	0.409	0.395	0.420	0.466	0.206	0.291
J	-0.531	-0.204	0.183	0.049	0.338	0.404	0.553	0.419
K	-0.276	0.387	0.613	0.646	0.822	0.937	0.927	0.976
L	0.464	0.455	0.327	0.418	0.540	0.838	0.783	0.800
M	0.221	-0.062	0.505	0.486	0.511	0.631	0.524	0.524
N	-0.122	0.181	0.522	0.663	0.684	0.772	0.672	0.891
O	-0.450	0.519	0.631	0.540	0.687	0.778	0.705	0.359
P	0.346	0.359	0.498	0.476	0.546	0.816	0.705	0.824
Q	-0.304	-0.079	0.330	0.389	0.386	0.776	0.690	0.741
R	0.447	0.428	0.527	0.523	0.554	0.679	0.397	0.556
S	-0.565	0.927	0.859	0.864	0.875	0.885	0.877	0.593
T	0.044	0.025	-0.033	0.058	0.283	0.119	-0.293	-0.158
U	-0.445	0.775	0.721	0.742	0.721	0.764	0.765	0.886
V	0.431	0.435	0.363	0.501	0.541	0.795	0.687	0.888

요 약

본 연구는 한국의 생명보험회사를 중심으로 예금보험의 위험보험료를 산출하는데 그 목적이 있다. 이를 위해, 생명보험회사들의 자산과 부채는 lognormal diffusion processes를 따른다고 가정하였으며 Margrabe(1978)의 교환옵션 모형을 적용하여 위험 보험료를 산출하였다. 또한, 보험업권의 경우 회사의 재정상태가 좋지 않을 경우에도 insurance run이 잘 발생하지 않고 이에 따라 예금보험기관에서 계약의 청산보다는 보험 계약이전을 선호하는 점을 고려하여 보험료를 산정에 반영하였다. 본 연구에서는 2010년부터 2017년까지의 보험료를 산출하기 위해 2000년부터 2016년까지의 생명보험회사 자료와 자산 인덱스 자료를 사용하였다. 분석 결과, 한국의 생명보험업권은 보유하고 있는 위험수준보다 많은 예금보험료를 예금보험공사에 납입하는 것으로 나타났다. 또한 재정상태가 안정적인 다수의 생명보험회사들이 재정상태가 좋지 못한 일부 생명보험회사들의 위험까지 부담하는 것으로 나타났다. 마지막으로, 재정상태가 좋지 않을수록 자산과 부채의 상관관계가 예금보험료에 미치는 영향이 큰 것으로 나타났다.

※ 국문 색인어: 예금보험제도, 위험보험료, 옵션평가모형, 생명보험업권

산업경쟁도가 기업의 보험수요에 미치는 영향*

Corporate Demand for Insurance and Product Market Competition: An Empirical Investigation

송 윤 아**
Yunah Song

기업의 보험수요에 대한 기존 이론연구는 기업의 보험구입 결정이 경쟁기업과의 전략적 상호작용의 결과일 가능성을 제시하고, 기업의 전략적 보험수요가 산업 내 경쟁이 치열해질수록 커진다고 주장하였다. 이 연구는 한국표준산업분류(KSIC)의 제조업부문 세세분류 439개 산업에 속하는 10,908개 기업의 2007~2015년 기간 동안의 재무자료를 이용하여 산업경쟁도가 기업의 보험수요에 미치는 영향을 분석하였다. 이를 위해 공정거래위원회의 KSIC 세세분류(5단위) 기준 산업경쟁도 지표를 재무자료와 병합하고 고정효과패널모형과 동적패널모형을 적용하였다. 분석결과, 산업 내 집중도가 높아질수록 기업의 매출액 대비 보험료가 증가하는 것으로 나타났으며, 이는 다양한 모형에서 일관되게 나타났다. 산업 내 경쟁이 치열해지면 기업의 마진율이나 매출액이 감소할 수 있어, 기업들이 보험료 지출을 줄일 유인을 가지는 것으로 풀이된다. 이는 보험료에 산출량이 반영되는 현실에서는 기업이 산업 내 경쟁상황에 대응한 전략적 도구로 보험을 활용하기 어렵다는 점을 시사한다.

국문 색인어: 경쟁, 기업보험, 보험수요

한국연구재단 분류 연구분야 코드: B030904, B051609, B050703

* 유익한 논평과 조언을 해주신 익명의 심사자에게 감사드린다. 남아 있는 오류는 전적으로 필자의 책임이다.

** 보험연구원 연구위원(knuckleball@kiri.or.kr), 제1저자

논문 투고일: 2019. 01. 21, 논문 최종 수정일: 2019. 04. 21, 논문 게재 확정일: 2019. 05. 16

I. 서론

우리나라 총 보험수요에서 기업이 차지하는 비율은 2014년 기준 38.4%로, 보험수요의 주체로서 기업의 비중이 관찰시점부터 지속적으로 증가하고 있다(2005년, 26.3%). 한국은행이 작성한 산업연관표의 사용표에 따르면, 2014년 기준 보험(공제 및 재보험 포함)의 총수요는 47조 1,203억 원으로, 이중 18조 1,096억 원은 기업의 생산활동을 위해 중간재로 사용되었으며, 나머지는 가계 및 비영리단체의 소비이다. 보험소비자로서 기업의 비중 증가는 세계적인 현상이다. 미국의 경우 총 보험수요에서 기업이 차지하는 비율은 2000년 52%에서 2016년 63.9%로 증가하였으며, 동기간 영국은 14.5%에서 33%로 두 배 이상 증가하였다.

이처럼 세계적으로 기업의 보험수요가 증가함에 따라, 기업의 보험수요 결정요인에 대한 관심과 함께 연구가 활발히 이루어졌다. 그러나 개별 기업의 보험가입 자료에 대한 접근성 부족으로, 기업의 보험수요에 대한 연구는 주로 이론적 접근에 집중하였다. 이들 연구는 이해관계자의 위험회피성향, 위험관리에 대한 보험회사의 상대적 효율성, 정보의 불완전성 및 비대칭성, 이해관계자의 이해상충 및 기회주의적 행동, 계약의 불완전성, 재무압박비용의 존재 등을 기업의 보험수요 동기로 제시하였다. 2000년대 들어서는 개별 기업의 보험자료를 이용한 실증연구가 비교적 활발히 이루어졌으며, 이는 기존 이론연구의 결과를 실증하는데 주력하였다.

기업의 보험수요를 설명하는 이론연구에도 새로운 관점의 접근이 이루어졌다. Seog(2006)은 특정 조건하에서 보험의 전략적 효과가 존재하며 기업의 보험가입이 경쟁 기업과의 전략적 상호작용을 통해 결정될 수 있음을 보였다.¹⁾ Seog(2006)이 제시한 보험의 전략적 효과는 보험이 시장경쟁을 약화시킬 수 있음을 시사하며, 기업외적 요소인 산업 경쟁도를 기업의 보험수요를 설명하는 한 요인으로 고려할만한 여지를 제공하였다. 나아가, Jiu and Liu(2011)는 Seog(2006)이 입증한 보험의 전략적 효과는 산업내 경쟁이 심화될수록 커지므로, 결국 경쟁이 심화될수록 기업의 보험수요도 증가한다는 이론모형을

1) 전략적 상호작용(Strategic interaction)이란 시장 내에 존재하는 어떤 기업의 행위가 다른 기업들에 직간접적으로 영향을 미치는 경우를 의미한다.

제시하였다.

보험의 전략적 효과 및 경쟁의 보험수요효과 이론은 기업이 시장경쟁에 대응한 전략적 도구로써 보험을 활용한다는 접근으로, 기업의 보험수요를 설명하는 기존 이론과는 보험에 대한 접근방식이 다소 상이하다. 보험의 전략적 효과에 기반한 경쟁의 보험수요효과는 자료를 이용하여 실증할만한 가치가 있다. Liu and Jung(2011)은 원수보험회사의 재보험 출재 자료를 이용하여 이를 실증하였다. 그러나 보험산업의 특수성을 감안하면, 경쟁이 기업의 보험수요에 미치는 영향을 분석함에 있어, 원수보험회사를 대상으로 실행한 재보험 수요 분석은 그 결과를 일반화하는데 한계가 있다. 일반상품시장과 달리 보험산업은 대표적인 규제산업으로, 진입 및 퇴출, 출재, 수재 등에 있어 다양한 규제가 적용된다는 점을 감안하면, 보험산업을 대상으로 경쟁의 보험수요효과를 분석하는 것은 적절치 않다. 더불어, 보험의 전략적 효과와 경쟁의 보험수요효과를 입증한 이론연구는 보험료에 산출량이 고려되지 않는 모형을 가정하였다. 이러한 가정에 기반한 경쟁의 보험수요효과가 실제 자료상으로도 존재하는지 연구가 필요하다.

따라서 이 연구는 한국표준산업분류(KSIC)의 제조업부문 세세분류 439개 산업에 속하는 10,908개 기업의 2007~2015년 기간 동안의 재무자료를 이용하여 산업경쟁도가 기업의 보험수요에 미치는 영향을 분석하였다. 이를 위해 공정거래위원회의 KSIC 세세분류(5단위) 기준 산업경쟁도 지표를 재무자료와 병합하고 고정효과패널모형과 더불어 동적패널모형을 적용하였다.

이 연구는 다음과 같이 구성된다. 우선, II장에서는 기업의 보험수요를 설명하는 이론연구를 검토하고 이 연구의 필요성을 논의한다. III장에서는 이 연구에서 사용된 자료와 연구방법을 검토한다. IV장에서는 산업경쟁도가 기업의 매출액 대비 보험료에 미치는 영향을 실증적으로 분석한다. 그리고 V장에서는 결과를 정리한다.

II. 기업의 전략적 보험수요와 경쟁

1. 전통적 보험수요이론

기업이 보험을 구입하는 이유는 보험학계의 오랜 관심사였고, 그 결과 기업의 보험수요 동기를 설명하는 다양한 이론이 발전되어 왔다. 먼저, 보험수요에 관한 전통적 이론은 기업이 이해관계자의 위험회피성향과 위험관리에 대한 보험회사의 상대적 효율성 때문에 보험을 구입한다고 주장하였다. 그러나 이러한 주장은 다음과 같은 비판에 직면한다. 일반적으로 보험가입의 대상이 되는 기업의 고유(순수)위험은 잘 분산된 포트폴리오를 보유하고 있는 주주들에게는 별다른 영향이 없다. 이는 고유위험에 대한 기업의 대응이 불필요함을 시사하며 전통적으로 기업보험의 대상이 되어온 고유위험이 기업의 보험동기를 설명하는 논리적 이유가 될 수 없음을 뜻한다.²⁾ 또한, 위험관리자로서 보험회사의 전문성, 위험집단화(Pooling)의 용이성, 규모 및 범위의 경제, 기대손실보다 낮은 보험요율 가능성,³⁾ 그리고 보험료의 세금공제효과 등 보험회사의 상대적 효율성도 시장의 효율성이 커짐에 따라 보험수요 동기로서의 설득력이 줄어들고 있다(Shapiro and Titman, 1985; Mayers and Smith, 1982). 즉, 기업내 이해관계자의 위험회피성향과 보험회사의 상대적 효율성만으로 기업의 보험수요를 설명하기는 어렵다는 것이다.

기업의 보험수요를 설명하는 전통적 이론에 대한 비판과 함께, 보험수요 동기를 시장의 불완전성으로 설명하는 접근이 이루어졌다. 이에 따르면, 기업은 정보의 불완전성 및 비대칭성, 이해관계자의 이해상충 및 기회주의적 행동, 계약의 불완전성, 재무압박비용의 존재 등 시장의 불완전성으로 인한 거래비용(Transaction costs)을 줄이기 위해 보험에 가입할 개연성이 있다. 구체적으로, 먼저 기업은 주주 및 소유자, 채권자, 경영자, 임직원 등 이해관계자간 이해상충으로 인한 문제, 즉 대리비용(Agency cost)을 완화 또는 배제하기 위해 보험을 구입할 유인이 있다(Mayers and Smith, 1987; MacMinn and Han, 1990).

2) 부분적이지만, 경영자는 이익과 연동된 보상체계 및 고용위험으로 인해 기업이 직면한 비체계적 위험을 회피하기 위해 보험에 가입할 유인을 가진다(Stulz, 1984; Smith and Stulz, 1985).

3) 언더라이팅 사이클(Underwriting cycle), 유동자산 수익률에 대한 보험회사의 상대적 우위, 정보비대칭성 등으로 인해 보험요율이 기대손실보다 더 낮을 수 있다.

또한, 정보불완전성하에서는 계약이행여부의 판단이 어렵기 때문에 감시비용(Monitoring cost)이 발생하는데, 보험은 거래비용 중에서 계약완전이행을 위해 필요한 일종의 감시비용이라 할 수 있다(Skogh, 1989; Skogh, 1991). 보험회사는 보험계약을 통해 경영상의 위험인수를 감시할 수 있고 보험계약조건을 통해 기업의 행동을 통제할 수 있다. 따라서 보험은 경영자의 단기성과주의적 결정, 채권자의 이해와 상충하는 위험인수행동, 저투자문제⁴⁾ 등을 해결하는 장치라는 주장이다. 또한 정보비대칭이 심한 기업은 높은 외부자금조달 비용으로 인해 자금압박을 겪게 되는데, 기업은 보험에 가입함으로써 재무압박비용 및 파산비용을 감소시킬 유인이 있다(Mayers and Smith, 1982; MacMinn, 1987).

2. 기업의 전략적 보험수요와 경쟁

기존의 기업보험 수요이론은 주주 또는 경영자의 위험회피성향, 위험관리능력의 상대적 비효율, 경영자의 단기성과주의적 결정, 저투자문제 등 기업내적 요소로써 기업의 보험수요를 설명하였다. 반면 Ashby and Diacon(1998)은 기업의 보험구입 결정이 경쟁기업과의 전략적 상호작용, 즉, 전략적 동기에 기인한다고 주장하였다. 이들은 실제 시장은 소수의 기업이 전략적으로 경쟁하는 불완전경쟁시장이라는 점에 주목함으로써, 보험이 기업간 상호의존성 및 상호작용의 산물일 가능성을 제기하였다. 이들에 따르면, 경쟁기업의 산출량이 자사의 이윤 및 산출량 결정에 영향을 미치는 불완전경쟁시장에서는 위험중립적 기업조차도 산출량 변동에 따른 기술적 위험을 보험으로써 통제할 유인을 가진다. 또한 기업의 위험관리에 대한 결정은 경쟁기업의 의사결정과 무관하게 이뤄지지 않는다.

Seog(2006)은 보험의 전략적 효과를 게임이론모형을 통해 설명하였다. Seog(2006)은 기업이 보험담보비율(Insurance coverage)을 정한 후 산출량을 결정하는 모형으로부터, 보험담보비율이 증가하면 해당기업의 산출량은 증가하지만 경쟁기업의 산출량은 감소함을 보이고, 이를 보험의 전략적 효과로 표현하였다. 또한 보험의 전략적 효과가 보험비용보다 작지 않는 한 기업은 항상 보험을 구입한다. 이에 따르면, 기업의 관점에서 산출량 증

4) Myers and Majluf(1984)와 Froot, Scharfstein and Stein(1993)은 헤징(보험)이 적정이하의 저투자로 인한 잠재적 손실을 방지함으로써 가치중대전략이 될 수 있다고 주장한다. 결국 저투자문제는 재무압박을 받고 있는 이해관계자들간의 상이한 입장에서 야기되는 역선택의 결과이다.

가는 영업이익의 뿐만 아니라 잠재적 손실의 증가를 의미하는데, 산출량 결정에 앞서 보험료를 지불하는 모형하에서는 기업이 보험을 통해 손실규모를 고정시킬 수 있기 때문에 보험담보비율이 높을수록 더 공격적으로 생산하는 것이다. 다만, 기업보험의 전략적 효과는 기업이 산출량을 결정하기 전에 보험담보비율을 결정하는 경우, 즉 기업이 납입하는 보험료에 산출량이 반영되지 않는 경우에 한해 발생한다.⁵⁾ 기업의 산출량이 보험료에 반영되는 모형하에서는, 즉, 기업이 정한 산출량에 비례하여 보험료가 결정되고 기업이 약속한 산출량을 정확히 생산하는 경우에는 산출량 증가에 따른 보험료 증가로 인해 기업의 전략적 보험구입의 인센티브는 사라진다.⁶⁾ 결과적으로, 보험담보비율이 높은 기업일수록 더 공격적으로 생산하는 보험의 전략적 효과는 기업의 산출량이 보험료에 반영되지 않아 기업의 위험비용을 보험을 통해 고정시킬 수 있다는 점에 기인한 것이다.

Seog(2006)이 입증한 보험의 전략적 효과에 따르면, 경쟁기업에 비해 충분히 높은 보험담보비율을 선택한 기업은 전략적 효과의 비대칭성으로 인해 경쟁기업을 퇴출시키고 시장을 독점할 수도 있다. 이는 기업간 유동성 제약에 차이가 존재할 경우 보험이 신규기업의 진입을 막거나 경쟁기업을 퇴출시키는 약탈적 수단으로 이용될 수 있음을 의미한다. Seog(2006)이 제시한 보험의 전략적 효과는 보험이 시장경쟁을 악화시킬 수 있음을 시사하며, 기업외적 요소인 산업경쟁도를 기업의 보험수요를 설명하는 한 요인으로 고려할만한 여지를 제공하였다.

Seog(2006)은 산업경쟁도가 주어진 상황에서 기업의 보험구입이 산출량 결정에 미치는 영향을 이론적으로 분석한 반면, Liu and Jung(2011)은 산업경쟁도가 기업의 보험구입에 미치는 영향을 이론·실증적으로 분석하였다. Liu and Jung(2011)는 기업이 보험담보비율을 정한 후 산출량을 결정하는 Seog(2006)의 No-commitment case 모형을 토대로, 기업의 전략적 보험수요는 시장경쟁이 심화될수록 더 두드러진다고 주장하였다. 이에 따르면, 보험담보비율의 증가는 해당기업의 산출량 증가와 경쟁기업의 산출량 감소를 초

5) Seog(2006)은 이를 No-commitment case로, 반대의 경우를 Full-commitment case로 표현하였다.

6) 다만, 산출량, 즉 잠재적 위험의 크기가 보험료에 반영되는 모형하에서는 산출량 증가에 따른 보험료 증가분이 보험료 증가에 따른 오너의 위험회피, 파산비용, 재무적 곤경 비용 등과 같은 위험비용 감소분보다 낮은 경우에만 제한적으로 기업은 산출량을 늘린다.

래하는데, 이러한 보험의 전략적 효과는 경쟁이 치열해질수록 증가하기 때문에, 경쟁이 심화될수록 기업의 보험수요는 커지게 된다. 한 기업의 보험담보비율이 증가하여 산출량이 증가하고 그 증가분만큼 경쟁기업의 산출량 감소가 불가피한 완전경쟁시장이라면, 기업은 보험담보비율을 늘리고자 할 것이다.⁷⁾ 반대로 기업이 산출량을 늘렸으나 경쟁기업의 산출량에 변화가 없거나 경쟁기업이 산출량을 같이 늘리는 담합 상황이라면, 기업이 굳이 보험담보비율을 늘릴 유인이 없는 것이다.

Liu and Jung(2011)은 1995~2008년 기간 동안 미국 원수보험회사의 재보험출재 자료를 이용하여 시장경쟁이 기업의 재보험수요에 미치는 영향을 분석하였다. 그 결과, HHI(Herfindahl-Hirschman Index)를 비롯한 시장점유율 상위4개사 및 상위10개사의 시장집중도가 높을수록 원수보험회사의 출재율이 높은 것으로 나타났다.

3. 연구의 필요성

이 연구에서는 일반제조기업의 재무자료를 이용하여 Seog(2006)과 Liu and Jung(2011)의 이론모형에서 밝힌 경쟁의 보험수요효과를 검증하고자 한다. 다시 말해, 기업이 경쟁이라는 외부환경에 대응하고자 보험을 전략적 도구로써 선택하는지를 실증하고자 한다. 그 이유는 다음과 같다.

먼저, 선행연구는 경쟁의 보험수요효과에 대한 검증의 필요성을 시사한다. Seog(2006)이 제시한 보험의 전략적 효과는 보험이 시장경쟁을 악화시킬 수 있음을 시사하며, 산업경쟁도를 기업의 보험수요를 설명하는 한 요인으로 고려할만한 여지를 제공하였다. 이어 Liu and Jung(2011)은 경쟁의 보험수요효과를 이론적·실증적으로 분석하였다. 이들은 이론모형을 통해 경쟁이 치열해질수록 기업의 보험수요가 증가한다고 주장하였는데, 이러한 관계의 성립은 보험의 전략적 효과가 존재하는 상황을 전제로 한 것이다. 그러나 Seog(2006)이 밝힌 바와 같이 보험의 전략적 효과는 보험료에 산출량이 반영되지 않는 경

7) Liu and Jung(2011)은 이론모형에서 conjectural variation(dq_j/dq_i)을 경쟁도를 나타내는 지표로 활용하였다. 이는 한 기업이 산출량(q_i)을 변화시킬 때, 경쟁기업이 자신의 산출량(q_i)을 어떻게 변화시키는지 나타낸 것으로, 이 값이 -1이면 완전경쟁시장을, 1이면 담합시장을 의미한다.

우에 국한한 것으로, 반대의 경우 보험의 전략적 효과는 사라진다. 그렇다면, 보험료에 산출량이 반영된 경우, 혹은 현실에서 경쟁이 기업의 보험수요에 어떤 영향을 미치는지에 대해서는 불분명하다.

둘째, 경쟁의 보험수요효과에 대한 기존 실증연구의 결과는 일반화에 한계가 있다. Liu and Jung(2011)은 경쟁의 보험수요효과를 실증적으로 분석한 유일한 연구이다. 그러나 적합한 자료의 부재로 인해 원수보험회사의 재보험출재 자료를 이용하여 경쟁의 보험수요효과를 분석하였다. 일반상품시장과 달리 보험산업은 대표적인 규제산업으로, 진입 및 퇴출, 출재, 수재 등에 있어 다양한 규제가 적용된다는 점을 감안하면, 보험산업을 대상으로 경쟁의 보험수요효과를 분석하는 것은 적절치 않다. 더불어 규제산업에 속하는 원수보험회사의 재보험출재 결정요인과 일반기업의 보험구입 결정요인이 같다고 보기는 어렵다.

이 연구는 기업의 전략적 보험수요 이론을 일반기업의 기업수준 자료를 이용하여 실증한 첫 연구라는 점에 의의가 있다. 또한 이 연구는 기업의 보험수요 설명요소로서 산업특성변수의 효과를 검증하였다는 점에 의의를 둔다. 그동안 보험자료의 접근성에 대한 한계에도 불구하고, Hoyt and Khang(2000), Regan and Hur(2007), 그리고 Michel-Kerjan et al.(2013)은 설문조사자료 또는 재무자료를 이용하여, 기업의 보험수요를 설명하는 이론을 실증해왔다.⁸⁾ 선행연구는 부채비율, 시장가치, 소유구조, 세제동기, 저투자문제 등 기업특성변수가 보험수요에 미치는 영향을 검증하는데 주력하였다. 기업특성변수 외에 산업특성변수나 거시환경변수 등 기업환경이 보험수요에 미치는 영향에 대해서는 연구가 활발히 이뤄지지 않았다.

8) Hoyt and Khang(2000)은 1989년 기준 187개 기업 대상 설문조사자료를 이용하여 부채비율, 시장가치, 소유구조, 회사규모 등 기업특성변수가 기업의 재물보험수요에 미치는 영향을 검증하기 위하여 횡단면 분석을 실시하였다. Regan and Hur(2007)은 1990~2001년 기간 동안 코스피 상장 비금융기업 401개(기업-연도 관측치 총 4,812개)의 재무자료를 이용하여 기업특성변수가 기업의 보험수요에 미치는 영향을 검증하고자 패널분석을 수행하였다. 허연·허성수(2003)는 동일자료(단, 분석기간 1990~2000년)를 이용하여 횡단면분석을 실시하였다. Michel-Kerjan et al.(2013)은 테리보험과 재물보험에 대한 미국 기업의 수요가 어떻게 다른지를 분석하였다.

III. 분석방법

1. 자료

이 연구에서는 산업경쟁도가 개별 기업의 보험구입에 미치는 영향을 분석하기 위하여 한국 신용평가정보(주)의 KIS-Value에서 제공한 개별기업의 재무자료를 이용한다. KIS-Value는 개별 기업의 재무제표, 손익계산서, 그리고 제조회가명세서 등의 세부항목 뿐만 아니라, 표준 산업분류에 대한 정보도 포함하고 있어 산업별 경쟁도의 보험수요효과를 살펴보기에 적합한 자료이다.

실증분석은 제조업에 속하는 2015년 기준 외부감사대상 기업으로 한정하며, 대상기간은 2007~2015년까지이고 개별 기업마다 기간이 상이한 불균형패널자료(unbalanced panel data)를 기초로 한다.⁹⁾ 2007년 이후의 시계열만을 분석한 것은 2007년부터 개정 한국표준산업분류(KSIC: Korea Standard Industry Classification)가 적용되어, 이전 계열과 연결할 경우 시계열상의 일관성의 문제가 제기될 수 있기 때문이다. 이 연구에서 사용된 공정거래위원회의 산업경쟁도 지표는 「광업·제조업조사」를 토대로 측정되는데, 2006년 이전까지의 「광업·제조업조사」는 제8차 개정 산업분류 기준을 따랐으며 2007년부터는 제9차 개정 산업분류 기준을 따른다.¹⁰⁾

분석기간 동안 KIS-Value로부터 이 연구에 사용한 자료를 구할 수 없는 기업은 제외한다. 또한 현실의 기준을 크게 이탈하는 관측치는 분석결과를 왜곡할 가능성이 있어 제거한다. 매출액의 연증가(감소)율이 50보다 큰 기업은 제외한다. 기업정보 분석에서 가장 문제가 되는 자료는 매출액이 갑자기 0과 가까운 매우 적은 수치가 발생하거나 발생할 수 없는 부호(-)가 나타나거나, 매출액 등 주요변수가 보고되지 않은 경우이다. 이러한 관측치는

9) 「외부감사법」에 따라 외부의 감사인에 의한 회계감사를 받아야 하는 주식회사는 1) 직전 사업연도 말의 자산총액이 120억 원 이상인 주식회사, 2) 주권상장법인이거나 해당 사업연도 또는 다음 사업연도 중에 주권상장법인이 되려는 주식회사 3) 직전 사업연도 말의 부채총액이 70억 원 이상이고 자산총액이 70억 원 이상인 주식회사 4) 직전 사업연도 말의 종업원수가 300명 이상이고 자산총액이 70억 원 이상인 주식회사이다. 2017년 말 기준 외부감사대상 기업은 29,263개로(2016년 기준 27,114개)이다(금융감독원, 2018).

10) KSIC는 1965년, 1968년, 1970년, 1975년, 1984년, 1991년, 1998년, 2000년, 2008년, 그리고 2017년(10차)에 개정하였다.

제거하였다.

이렇게 도출된 자료에 포함된 기업은 10,908개이다. <Table 1>에서 보는 바와 같이 표본기업은 연도마다 차이가 존재하며 기업-연도 전체 표본 수는 70,907개이다. 연도별 기업 수를 살펴보면, 2008년이 6,810개로 가장 작고, 2015년이 8,968개로 가장 많다. 기업 수의 분포는 다음과 같다. 1년만 존재한 기업은 508개, 2년은 538개, 3년 604개, 4년 798개, 5년 864개, 6년 1,101개, 7년 1,477개, 8년 1,997개이며, 9년 동안 존재한 기업이 3,021개로 가장 많다. 이중 5년 이상 연속해서 존재한 기업은 6,519개, 6년은 5,012개, 7년은 4,264개, 8년은 3,515개이다. 관측기간 동안 계속 존재하는 기업 자료만을 이용하는 균형패널자료(Balanced panel data)로 구축할 경우, 적지 않은 정보의 손실이 발생하게 되므로, 5년 이상 연속해서 존재하는 기업을 대상으로 불균형패널자료(이하 ‘서브샘플A’이라 한다)를 설정하여 기본자료의 분석결과와 비교한다. 5년 이상 연속해서 존재하는 관측치만으로 구성된 서브샘플A의 기업은 6,519개이고 기업-연도의 전체표본 수는 52,447개이다.

<Table 1> The Number of Firms and Premium by Year

(Unit: 100 million won, %)

Year	Base Sample			Subsample A		
	Number of Firms	Mean Premium	Mean Ratio of Premium to Sales	Number of Firms	Mean Premium	Mean Ratio of Premium to Sales
2007	6,863	1.33	0.405	5,190	1.32	0.381
2008	6,810	1.28	0.373	4,194	1.38	0.347
2009	7,297	1.09	0.359	5,601	1.17	0.337
2010	6,945	1.05	0.322	5,399	1.13	0.301
2011	7,873	1.06	0.311	6,517	1.13	0.294
2012	8,460	1.05	0.326	6,276	1.16	0.308
2013	8,789	1.04	0.332	6,211	1.16	0.310
2014	8,902	1.04	0.321	6,091	1.17	0.302
2015	8,968	1.01	0.320	5,968	1.16	0.300
Total	10,908	1.10	0.339	6,519	1.19	0.318

Notes: 1) Subsample A is the set of firms which are observed for more than 5 consecutive years. 2) Premium is transformed into real values using the respective GDP deflator.

KIS-Value에서 제공한 기업의 재무제표 상에는 보험료 항목이 손익계산서의 판매관리비와 제조원가명세표의 경비에 포함되어 있다.¹¹⁾ 손익계산서 상의 보험료는 판매와 관리 부문에 사용되는 건물, 건물부속설비, 비품 등에 대한 화재보험료와 그 밖의 손해보험료를, 제조원가명세서상의 보험료는 공장의 건물, 기계, 저장품 등의 화재보험료 및 기타 손해보험료를 의미한다.¹²⁾ 이 연구에서는 손익계산서와 제조원가명세서 상의 보험료를 합한 값을 보험료로 사용한다. 분석자료에서 매출액 대비 보험료 평균은 2007년 이후 대체로 감소하는 경향을 보인다. 매출액 대비 보험료 평균은 2007년 0.41%로 가장 높고 2011년 0.31%로 가장 낮게 나타난다(〈Table 1〉 참조).

2. 산업경쟁도

이 연구에서 산업분류는 한국표준산업분류(KSIC: Korean Standard Industry Classification) 9차 분류체계를 적용하였으며, 산업분류체계 가운데서 가장 세분된 세세분류를 기본분류로 하여 산업경쟁도를 분석하였다. KSIC는 생산단위(사업체단위, 기업체단위 등)가 주로 수행하는 산업활동을 그 유사성에 따라 체계적으로 유형화한 것으로서, 대분류(알파벳), 중분류(2단위), 소분류(3단위), 세분류(4단위), 세세분류(5단위)의 나무형 분류체계로 되어 있다.

제9차 개정 산업분류 기준으로 제조업의 세세분류 산업의 개수는 462개이다. 시장경쟁의 대리변수로서 이용되는 산업집중도의 특성을 감안한다면, 세세분류산업 단계에서 집중도를 측정하는 것이 타당할 것이다. 공정거래위원회(2006)에 따르면, 실제로 세세분류산업만 하더라도 우리가 일반적으로 인식하는 경쟁의 장에 비해 범위가 상당히 넓은데, 이 때문에 소분류산업(KSIC 3단위)이나 중분류산업(KSIC 2단위) 수준에서의 산업집중률의 측정은 경쟁의 지표로서의 특성은 크게 소멸되고, 일반집중 측정지표로서의 속성을 갖게 될 것이다. 분석자료에서 KSIC 제조업 부문 세세분류 연도별 산업의 수는 2007년 411개,

11) 판매관리비는 상품과 용역의 판매활동 또는 기업의 관리·유지활동과 관련하여 발생하는 비용으로서 매출원가에 속하지 않는 모든 영업비용을 이른다.

12) 제조원가명세서는 재무제표 부속명세서의 하나로서 제품 제조에 소비된 원가의 계산명세를 나타낸다. 여기서 제조는 제조활동은 물론 공사, 임대, 분양, 운송활동 등을 포괄하는 의미로 사용된다.

2008년 410개, 2009년 425개, 2010년 421개, 2011년 428개, 2012년 432개, 2013년 432개, 2014년 424개, 2015년 423개이다.

산업경쟁도 측정지표로는 HHI, CRk가 가장 보편적으로 사용된다. 이 연구에서도 HHI와 CR3를 활용하여 산업경쟁도의 보험수요효과를 분석한다. HHI는 특정 시장에 참여하고 있는 모든 기업의 시장점유율 제곱치의 합, CR3은 특정 시장 내에서 상위3개 기업들의 시장점유율의 합을 나타낸다.¹³⁾ HHI를 구하기 위해서는 상위기업의 시장점유율뿐만 아니라 당해 시장에 속한 모든 개별기업들의 시장점유율을 파악하여야 한다. 이 연구에서는 HHI를 기본지표로 하되, CR3을 보조적인 지표로 활용한다. HHI와 CR3 평균은 각각 0.033와 0.241이며(〈Table 2〉 참조), HHI와 CR3간 상관계수는 0.88로 높은 편이다. 매출액 대비 보험료와의 상관계수는 HHI가 -0.062, CR3가 -0.087로, 산업경쟁도가 높을수록 기업의 매출액 대비 보험료는 높게 나타난다(〈Appendix table 2〉 참조).

이 연구에서는 공정거래위원회에서 측정한 산업경쟁도를 주요변수로 활용한다. 공정거래위원회는 「광업·제조업조사」 및 「경제총조사」 미시자료를 활용하여 KSIC 광업 및 제조업부문의 세세분류 산업별 집중도를 산출하였다. KSIC 세세분류 코드를 기준으로 이 연구의 분석자료와 공정거래위원회의 산업경쟁도 자료를 병합한다.¹⁴⁾

공정거래위원회의 산업경쟁도 지표는 정교한 자료 및 방법으로 산출되었으며, 산업경쟁도 분석을 위해서는 최선의 자료이다.¹⁵⁾ 그럼에도 불구하고 다음과 같은 한계를 가진다. 먼저, 공정거래위원회의 산업경쟁도는 수출과 수입을 고려하지 않은 “생산기준 산업경쟁도”이다. 국내시장에서 실제로 경쟁이 이루어지는 부분은 국내에서 출하된 모든 제품이 아니라 해외로 수출되는 부분을 제외하고 국내에 출하된 제품들로서 각 시장에서 해외로부터 수입된 제품들과의 경쟁에 노출된다. 따라서 경쟁의 보험수요효과를 추정하기 위해서

13) 이렇게 도출된 HHI와 CR3를 각각 10,000과 100으로 나눈 값이 분석에 이용된다. HHI와 CR3가 클수록 산업경쟁도는 낮고 산업집중도는 높다.

14) 2015년에는 광업 및 제조업뿐만 아니라 서비스업의 산업경쟁도도 조사하였다.

15) KIS-Value자료에 포함된 모든 외부감사대상기업을 대상으로 KSIC 세세분류 기준 HHI와 CR3를 산출해 본 결과, HHI와 CR3의 평균(‘산업-연도’ 기준 관측치 3,806개)은 각각 0.32와 0.67로 공정거래위원회의 HHI와 CR3에 비해 다소 높게 나타난다. 이는 산업경쟁도 산출에 이용된 기업의 범위 및 수가 다르기 때문인 것으로 보인다. 공정거래위원회의 HHI와 KIS-Value 자료로부터 산출된 HHI간 상관계수는 0.49, CR3간 상관계수는 0.56로 나타난다.

는 국내 기업의 출하액 중에서 해외에 수출되는 부분을 제외하고 당해 산업에서 경쟁해야 하는 해외 수입품을 고려하여 경쟁도를 산출하는 것이 타당하다. 특정 산업의 경쟁도를 제대로 파악하기 위해서는 당해 산업 혹은 품목의 수출입에 대한 자료가 필요하다. 그러나 KSIC 세세분류 산업을 기준으로 정확한 수출입액을 파악하기 어려워 경쟁도 산출의 정확성을 기하기 어렵다.¹⁶⁾ 다음으로, 공정거래위원회의 산업경쟁도 조사는 종사자수 10인 이상의 사업체를 대상으로 하였다. 산업경쟁도를 측정하는데 사용된 「광업·제조업조사」가 2008년 조사부터는 종사자수 10인 이상의 사업체에 한하여 조사가 실시되고 있기 때문이다. 이는 HHI가 실제보다 다소 크게 산출되었을 가능성을 시사한다.

공정거래위원회의 산업경쟁도 지표를 보완하고 분석결과의 강건성을 확인하기 위하여 한국신용평가정보(주)의 KIS-Value 자료로부터 각 기업의 Markup을 산출하여 분석에 활용하였다. Markup은 각 기업의 매출액을 매출원가로 나눈 값이다.¹⁷⁾ 구조-행동-성과(structure-conduct-performance: SPC) 방법론에 따르면, 경쟁도는 산업 내 기업 수에 따른 시장구조뿐만 아니라, 기업의 가격수준을 포함한 시장행동에 의해서도 영향을 받는다. HHI와 CR3는 시장에 참여하고 있는 기업의 수 및 시장점유율을 기준으로 경쟁도를 판단하지만, 산업 내 기업의 수가 많아지더라도 경쟁도가 높아지지 않을 수 있다. 또한 동일 산업에 속한 기업일지라도 기업이 체감하는 경쟁도는 상이할 수 있고 이것이 결국 개별 기업의 마진율에 반영된다는 점을 감안하면, Markup은 HHI나 CR3를 대체할 적절한 경쟁도 지표이다. 개별 기업이 직면한 경쟁이 치열할수록 마진율을 낮출 유인이 있고 이는 낮은 Markup으로 나타난다. Markup 평균은 1.268이며, 매출액 대비 보험료와의 상관계수는 0.094이다. HHI, 그리고 CR3와는 달리, Markup이 높을수록(즉, 경쟁이 악화될

16) 수출입통계는 관세청이 집계하고 있다. 관세청 수출입액은 품목분류인 HSK(Harmonized System of Korea)로 집계되는데, 품목분류와 산업분류 간에는 1:1 연계가 정확하게 이루어지지 않는다. 또한 「광업·제조업조사」 통계는 10인 이상 사업체를 대상으로 하고 있으나, 관세청에서 제공하는 수출입자료는 규모에 상관없이 모든 기업체를 대상으로 하고 있으므로 모집단의 범위가 다른 자료를 서로 연결하여 지표를 계산하였을 경우 정상적이지 않은 수치들이 산출될 개연성이 있다. 통계청이 2016년 작성한 「HSK-KSIC 연계표」를 이용하여 산출한 산업경쟁도를 살펴보면, 해외 부문을 고려하여 산출한 시장집중도(내수시장 집중도)는 국내부문에 대해서만 집계한 집중도에 비해 낮게 나타났으며, 광업 및 제조업 전반적으로 해외 부문으로부터의 경쟁 압력이 존재함을 시사한다.

17) 매출원가(Cost of goods sold)는 매출을 실현하기 위하여 생산이나 상품 및 제품 등의 매입원가 또는 제조원가를 의미하는 것으로 판매관리비를 포함하지 않는다.

수록) 매출액 대비 보험료가 높게 나타난다. Markup은 공정거래위원회의 산업경쟁도 지표와는 낮은 상관관계를 보이는데, Markup이 기업수준 변수인 반면, HHI와 CR3는 산업수준 변수이기 때문으로 보인다.

〈Table 2〉 Descriptive Statistics

variable	mean	median	standard deviation	min	max	# Obs.
[firm-level variable]						
premium to sales	0.339	0.221	0.374	0.0	4.054	70,907
Markup	1.268	1.196	0.247	0.9	2.696	70,907
asset	23.796	23.611	1.234	16.9	31.590	70,907
tax burden	0.014	0.009	0.016	0.0	0.236	70,907
debt ratio	0.582	0.611	0.234	0.1	2.519	70,907
share of tangible asset	0.397	0.385	0.211	0.0	0.985	70,907
kospi	0.043	-	-	0	1	70,907
list	0.116	-	-	0	1	70,907
seoul	0.119	-	-	0	1	70,907
chaebol	0.020	-	-	0	1	70,907
[industry-level variable]						
HHI	0.123	0.033	0.151	0.003	0.993	3,086
CR3	0.413	0.241	0.241	0.045	1	3,086
market size	27.482	28.912	1.538	21.467	32.545	3,086

3. 분석모형

통합최소자승법(Pooled OLS, 이하 ‘통합OLS’라 한다)은 산업경쟁도의 내생성 문제로 추정계수의 편의를 야기할 수 있다. 통합OLS 모형에서 산업경쟁도의 보험수요효과를 나타내는 추정계수는 산업경쟁도의 내생성, 즉 산업경쟁도와 기업의 관찰되지 않는 특성 간에 상관관계가 있기 때문에 실질적인 보험수요효과보다 과대 또는 과소 추정될 수 있다. 기업의 미관찰 특성은 다양하게 존재할 것이며 이러한 특성은 산업경쟁도와 상관관계를 가지기에 추정계수의 편의를 야기한다. 패널분석모형을 활용함으로써 이러한 내생성 문제를 해결할 수 있다.

이 연구는 산업별 경쟁도가 기업의 보험수요에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 고정효과패널모형(Fixed effects panel model)을 사용한다.¹⁸⁾ 고정효과패널모형은 설명변수와 기업의 미관찰 이질성에 해당하는 오차항과 상관관계가 있는 경우에 유용한 분석방법이다. 이 모형은 시간에 따른 변동분에 대해서 분석하기 때문에 내생성 문제를 해결할 수 있으며 효율적 일치추정량을 얻을 수 있지만 시간불변 변수는 모두 제거된다. 이 연구에서 주되게 활용하는 모형의 형태는 다음과 같다.

$$y_{i,j,t} = \beta_0 + \beta_1 \text{산업경쟁도}_{j,t} + \beta_2 X_{i,j,t} + \beta_3 I_{j,t} + \theta_t + u_i + \epsilon_{i,j,t} \quad \text{식(1)}$$

여기서 i 는 기업을, j 는 산업을, t 는 연도를 나타낸다. $y_{i,t}$ 는 종속변수를 나타낸다. $X_{i,j,t}$ 는 기업 i 의 관찰가능한 특성변수들로 이루어진 t 시점 설명변수 벡터이고 $I_{j,t}$ 는 산업특성변수 벡터이다. u_i 는 기업 i 에 대한 고정효과, 즉 기업의 관찰되지 않는 특성 중 시간에 걸쳐 변하지 않는 부분이고, θ_t 는 관찰되지 않는 시간 특성을 통제한다. 기업의 보험수요가 거시경제변수, 규제 등 시간에 따라 변하는 어떤 요인에 영향을 받을 수 있다는 점을 감안하여 시간효과를 통제한다. $\epsilon_{i,j,t}$ 는 평균이 0이고 동분산성을 만족하며 모든 i, t 에 대해 서로 독립이라고 가정한다. 모든 변수는 GDP 디플레이터를 이용하여 실질변수로 전환하였다. 또한 동일 산업내 관찰치끼리 상관관계가 있을 가능성을 고려하여 모든 모형에서 군집표준오차(Clustered standard error)를 사용한다.

종속변수로는 매출액 대비 보험료에 100을 곱한 값을 사용하였다.¹⁹⁾ 매출액의 차이로 인한 이질성을 고려하여 매출액으로 나누어 정규화(Normalize)한다. 매출액 대비 보험료의 평균은 0.34%이다. 기업의 보험수요에 영향을 미치는 기업수준의 통제변수로는 자산 대비 부채의 비율, 자산대비 유형자산의 비율, 매출액 대비 세금의 비율 등이 포함된다.²⁰⁾

18) 통합OLS나 임의효과패널모형(Random effects panel model) 대비 각각 라그랑지(Breusch-Pagan Lagrange multiplier) 검정과 하우스만 검정을 통과하여 모형을 선택하였으며, 검정량과 추정결과는 <Table 3>에 보고하였다.

19) 변수의 정의 및 출처는 <Appendix table 1>에 설명하였다.

20) 이외에도 KIS-Value는 개별 기업의 소유구조, 관계사간 거래, 수출입, 설립연도 등 통제변수로 활용할만한 다양한 기업특성정보를 가지고 있으나, 재무제표에 표기해야 하는 항목 이외 자료의 경우 누락값(Missing value)에 대한 해석의 어려움과 자료의 정확성을 신뢰하기 어려운 수치를 포함한다. 이에 불분명한 변수는 분석에 포함하지 않았다.

더불어 기업규모를 통제하기 위해 자산에 자연로그를 취한 값을 사용한다. 부채비율이 높은 기업일수록 투자유인책으로서 보험을 더 많이 수요할 것이다(Mayers and Smith, 1982). 또한 기업보험의 경우 피보험위험이 건물, 구축물, 기계장치, 생산품, 적하물품 등 물적 위험에 집중되어 있어 유형자산의 비율이 높은 기업일수록 보험을 더 많이 구입할 것으로 예상된다. 세제부담이 많은 기업일수록 보험가입을 통한 절세유인이 크기 때문에 매출액에서 보험료가 차지하는 비율이 높을 것으로 예상된다(Smith, 1982; Yamori, 1999). 평균 부채비율은 0.582, 평균 유형자산비율은 0.397, 세금부담은 평균 0.014로 나타난다. 산업경쟁도 외에도 산업수준 변수로 산업규모를 사용하였다. Jiu and Jung(2011)은 기업이 속한 산업의 규모가 클수록 기업의 보험수요가 커진다고 주장하였다. 산업규모는 KSIC 세세분류 기준 각 산업의 출하량에 자연로그를 취한 값이며, 산업규모 평균은 27.48이다. 산업규모와 매출액 대비 보험료의 상관계수는 -0.082로, 산업규모가 클수록 매출액 대비 보험료가 낮은 것으로 나타난다.

한편 ① 자료의 시계열이 짧고 관측치 수가 많은 특성, ② 종속변수(매출액 대비 보험료)의 지속성, ③ 독립변수의 내생성(Endogeneity)의 가능성 등을 고려하면 Arellano and Bond(1991)가 제안한 차분GMM을 이용한 동적패널모형(Dynamic panel model)을 적용할 수 있다. 구체적으로, 먼저 분석자료는 시계열이 최대 9년으로 길지 않고 관측치 수가 70,905개로 많다. 다음으로, 기업의 보험수요는 과거의 보험수요에 영향을 받을 개연성이 있다. 기업보험의 피보험대상에 해당하는 생산품이나 유무형자산은 지속성(Persistence)을 갖으며, 이러한 속성을 감안하여 매출액이나 자산에 대한 기존연구에서는 회귀식의 오른쪽에 종속변수의 시차변수(Lagged variable)를 독립변수로 설정한 동적패널모형을 활용하였다(Ramey and Vine, 2003; Irvine, 2007). 마찬가지로, 기업 내 보험료 지출도 매출액과 함께 늘어남에 따라 지속성을 보일 개연성이 있다. 마지막으로, 산업경쟁도와 기업의 보험수요 간에 역 인과관계(Reverse causality)가 존재할 수 있다. 산업경쟁도가 기업의 보험수요에 영향을 미치는 동시에, 개별 기업의 보험수요가 해당 산업의 경쟁도에 영향을 미칠 가능성을 배제할 수 없다. Seog(2006)에 따르면, 기업의 산출량과 보험료가 무관한 경우(No-commitment case), 보험담보비율이 증가하면 해당기업의 산출량은 증가하지만 경쟁기업의 산출량은 감소한다. 이에 따르면, 적어도 산출량이 보험료에 반영되지 않는 경우,

특정 기업의 보험담보비율 증가는 산업경쟁도를 감소시킨다. 물론, 개별 기업의 보험가입규모가 해당 산업의 경쟁도에 영향을 미친다는 가설에 대한 반박도 가능하다. 산업 내 기업이 소수인 경우를 제외하고는 개별 기업의 행동(보험가입규모)이 산업의 경쟁도에 영향을 미치는 것은 어렵다. 뿐만 아니라, 기업의 산출량과 보험료가 무관하다는 Seog(2006)의 전제와 달리, 현실에서 기업이 납입하는 보험료는 과거 또는 미래의 산출량과 무관하지 않다.²¹⁾ 그럼에도 불구하고 산업경쟁도와 기업의 보험수요간 역 인과관계로 인해 모형에서 내생성(Endogeneity)이 있을 경우 일치추정량을 얻을 수 없다는 문제가 생길 수 있기 때문에, 이 연구에서는 고정효과패널모형과 더불어 동적패널모형을 적용한다.

동적패널모형은 식(2)와 같이 회귀식의 오른쪽에 종속변수의 시차변수(Lagged variable)가 독립변수로 포함된 모형이다. 독립변수에 시차변수가 포함될 경우, 종속변수의 시차변수($y_{i,j,t-1}$)는 오차항과 상관관계를 가지게 되어 추정값은 편의를 가지게 된다. 또한 $x_{i,j,t}$ 와 u_i 간 상관관계로 인해 $y_{i,j,t-1}$ 와 $x_{i,j,t}$ 가 상관관계를 가질 경우 추정된 계수들은 편의를 가지게 된다. Arellano and Bond(1991)는 독립변수의 내생성을 통제하고 일치추정량을 얻기 위해서 식(2)의 수준회귀식을 1차 차분한 후 도구변수를 이용하여 추정하는 방법을 제시하였는데, 이를 GMM차분(GMM difference) 추정방법이라고 한다. 이때 $y_{i,j,t-1}$ 의 과거값이 도구변수로 사용되며, 기업의 미관찰 특성 u_i 는 차분변형을 통해 모형에서 제외된다.

$$y_{i,j,t} = \beta_0 + \gamma y_{i,j,t-1} + \beta_1 \text{산업경쟁도}_{j,t} + \beta_2 X_{i,j,t} + \beta_3 I_{j,t} + \theta_t + u_i + \epsilon_{i,t} \quad \text{식(2)}$$

GMM을 이용하여 모형을 추정할 경우 다음과 같은 두 가지 검정을 수행해야 한다(Roodman, 2009). 첫 번째는 과대식별(Over-identification) 조건에 대한 검정으로 Sargan 검정을 실행한다. 동적패널모형에서는 도구변수의 수가 내생적 설명변수의 수보다 많은 과대식별 추정이 되기 때문에 과대식별이 적절한지 검정할 필요가 있다. 다음으로는, 오차항의 자기상관 검정이다. 동적패널모형에서 종속변수의 시차변수를 독립변수에 포함시키

21) 기업이 보험을 통해 보호받고자 하는 잠재적 손실은 기업의 산출량 및 판매량에 직·간접적으로 의존할 수 있다. 예를 들어, 제품의 결함으로 인한 리콜(Recall)이나 환경문제 관련 손실은 산출량 및 판매량에 비례한다.

는 이유는 오차항의 자기상관을 제거하기 위함이며, 만약 종속변수의 시차변수에 대한 도구 변수가 적절하게 사용되었다면 $E[\Delta\epsilon_{i,j,t}\Delta\epsilon_{i,j,t-s}] = 0$ 의 조건이 $s \geq 2$ 인 경우 항상 만족되어야 한다. $y_{i,j,t-2}$ 가 도구변수로서 적절한 이유는 $cov(\Delta\epsilon_{i,j,t}, y_{i,j,t-2}) = 0$ 이 성립하기 때문인데, 만약 2계 자기상관이 존재하면, 즉 $cov[\Delta\epsilon_{i,j,t}, \Delta\epsilon_{i,j,t-2}] \neq 0$ 이면, $cov(\Delta\epsilon_{i,j,t}, y_{i,j,t-2}) = 0$ 이 성립하지 않는다. 이 경우 차분방정식에서 수준변수의 시차변수 $y_{i,j,t-2}$ 가 외생적이지 않아 도구변수로 적절하지 않게 된다. 수준방정식에서 오차항 $\epsilon_{i,j,t}$ 에 자기상관이 없다면, 차분방정식 오차항은 1계 자기상관이 존재하고, 2계 자기상관은 존재하지 않는다.

IV. 분석결과

이 장에서는 2007년부터 2015년까지 관측된 개별기업에 관한 불균형패널자료를 이용하여 산업별 경쟁도가 기업의 보험수요에 미치는 영향을 추정하였고, 그 결과를 제시하였다. 전반부에서는 벤치마크모형과 더불어, 분석모형 및 자료와 산업경쟁도 지표를 달리하여 추정결과의 강건성을 확인하였다. 후반부에서는 대규모기업집단에 속하는 기업과 그 외 기업, 그리고 상장기업과 비상장기업을 구분하여 경쟁의 보험수요효과를 추정하였다.

1. 경쟁의 보험수요효과 추정결과

〈Table 3〉은 산업 내 경쟁도가 개별 기업의 매출액 대비 보험료에 미치는 영향에 대한 추정결과를 보여준다. 〈Table 3〉의 모형(1)은 고정효과패널모형을, 모형(2)는 임의효과패널모형을, 그리고 모형(3)은 통합OLS를 사용하여 추정한 결과이다. 각 연도별 시점더미에 대한 결과는 제시하지 않았다. 고정효과패널모형과 임의효과패널모형에 대한 타당성을 검증하는 하우스만 검정은 임의효과패널모형이 적합하지 않음을 보여준다. 하우스만 검정량 χ^2 은 411.76***로 나타나 설명변수와 기업의 미관찰 특성간에 상관관계가 없다는 가설을 기각한다. 따라서 임의효과패널모형에서 추정된 산업경쟁도의 추정치는 내생성 편의를 포함하므로 고정효과패널모형이 적합하다고 할 수 있다. 분산팽창계수(VIF)는 1.04~2.05

(평균 1.59)로 낮은 수준이어서 다중공선성 문제는 거의 없다고 볼 수 있다. 이하에서는 <Table 3>의 모형(1)을 토대로 추정결과를 논의하도록 한다.²²⁾

먼저, 산업집중도가 높을수록(즉, 경쟁도가 낮을수록) 매출액 대비 보험료가 증가하며, 이는 1% 수준에서 통계적으로 유의한 것으로 나타났다. 이는 선행연구(Liu and Jung, 2011)와 상반된 결과이다. 다음으로, 자산이 많을수록 매출액 대비 보험료는 낮은 반면, 유형자산의 비율이 높을수록, 그리고 세금부담이 높을수록 매출액에서 보험료가 차지하는 비율이 높게 나타났다. 부채비율이 기업의 보험수요에 미치는 영향은 벤치마크모형에서 통계적으로 유의하지 않은 것으로 나타났다. 또한 매출액 규모가 큰 산업에 속한 기업일수록 매출액 대비 보험료의 비율은 낮은 경향을 보였다.

분석에 이용한 자료는 연도와 산업을 기준으로 분류된 각 클러스터(Cluster) 내에 여러 기업의 관측치가 있는 다수준적 속성을 지니고 있다. 동일 산업에 속하는 기업들 간에는 다른 산업에 속하는 기업들과 비교하여 변수들이 유사성을 가질 것으로 볼 수 있다. 동일 산업 내 기업별 측정치간 상관관계가 존재할 경우 이를 고려하지 않고 분석을 하게 되면 표준오차가 과소추정되어 1종 오류를 범할 가능성이 높아진다. 이를 감안하여 이 연구에서는 군집표준오차를 사용하는 한편, 산업-기업-연도로 구성된 3수준 위계선형모형(HLM: hierarchical linear model)을 적용하여 산업경쟁도의 보험수요효과를 추정하였으며, <Table 3>의 모형(4)에 결과를 보고하였다.²³⁾ 매출액 대비 보험료의 전체 분산 중에서 산업간 분산이 차지하는 비율은 9.7%로, 이는 매출액 대비 보험료의 9.7%가 산업간 차이에 의해서 발생함을 의미한다. 위계선형모형하에서도 산업내 경쟁이 치열해질수록 매출액 대비 보험료의 비중이 낮아지는 것을 확인할 수 있다.

벤치마크모형의 강건성을 확인하기 위하여 <Table 4>에서는 HHI 이외의 산업경쟁도 지표를 이용하여 경쟁의 보험수요효과를 추정하였다. CR3와 Markup 모두 통계적으로 유의한 양의 계수를 가지는 것으로 나타난다. 벤치마크모형에서 확인된 산업경쟁도의 보험수요효과가 분석에 사용된 자료에 기인한 것인지 살피기 위해 분석자료를 달리하여 살펴보았다.

22) 라그랑지 검정량 χ^2 은 48,404.53***로, 그룹 확률효과가 존재하지 않는다는 가설을 기각한다.

23) 위계선형모형은 다수준모형(Multi-level model) 또는 혼합모형(Linear mixed model) 등으로도 불린다.

〈Table 5〉의 모형(1)은 5년 이상 존재한 기업의 관측치만을, 모형(2)는 5년 이상 연속해서 존재한 기업의 관측치만을, 모형(3)은 전 기간 존재한 기업의 관측치만을 분석대상으로 하였으며, 이는 벤치마크모형의 추정결과와 유사하게 나타났다. 또한 제조원가명세상의 보험료와 손익계산서상의 보험료를 분리하여 산업경쟁도의 효과를 살펴보았으며, 그 추정결과는 〈Table 5〉의 모형(4)과 모형(5)에 보고하였다. 집중도가 높은 산업에 속하는 기업일수록 매출액 대비 제조원가명세상의 보험료와 손익계산서상의 보험료가 높은 것으로 나타났다.

〈Table 3〉 The Effect of Competition on Corporate Demand for Insurance

	(1) Benchmark fixed effects	(2) random effects	(3) pooled OLS	(4) HLM
HHI	0.145*** (0.038)	0.078*** (0.028)	0.045 (0.032)	0.090*** (0.026)
asset	-0.042*** (0.005)	-0.077*** (0.003)	-0.098*** (0.002)	-0.078*** (0.002)
debt ratio	0.013 (0.013)	0.044*** (0.010)	0.102*** (0.011)	0.046*** (0.007)
share tgb. asset	0.173*** (0.016)	0.227*** (0.012)	0.254*** (0.013)	0.230*** (0.008)
tax burden	0.985*** (0.125)	1.310*** (0.121)	2.477*** (0.150)	1.330*** (0.079)
market size	-0.023*** (0.007)	-0.015*** (0.003)	-0.013*** (0.002)	-0.014*** (0.003)
chaebol		0.015 (0.015)	0.067*** (0.016)	0.019 (0.019)
list		-0.003 (0.008)	0.042*** (0.007)	-0.002 (0.009)
seoul		-0.021** (0.009)	-0.009 (0.008)	-0.032*** (0.009)
constant	1.942*** (0.217)	2.466*** (0.096)	2.811*** (0.084)	2.492*** (0.097)
year dummy	Yes	Yes	Yes	Yes
industry dummy	NA	Yes	Yes	NA
N	70,905	70,905	70,905	70,905
R2/log likelihood	0.129	0.152	0.158	-9,245.182

Notes: 1) *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1. 2) Clustered standard errors are reported in parentheses. 3) Dependent variable is the ratio of premium to sales. 4) Columns (1) and (4) are respectively fixed effects panel regressions and hierarchical linear regressions with a full set of year dummies. Columns (2) and (3) are respectively random effects panel regressions and pooled OLS regressions with a full set of year and industry fixed effects. 5) See the text and Appendix Table A1 for definitions and details.

〈Table 4〉 The Effect of Competition on Corporate Demand for Insurance:
Different Measures of the Degree of Competition

	(1)	(2)
CR3	0.067*** (0.022)	
Markup		0.033* (0.017)
year dummy	Yes	Yes
N	70,905	70,905
R2	0.127	0.145

Notes: 1) *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1. 2) Clustered standard errors are reported in parentheses. 3) Dependent variable is the ratio of premium to sales. 4) All Columns are fixed effects panel regressions with a full set of year dummies. Additional controls are asset, debt ratio, tangible asset ratio, tax burden, market size, but not reported to save space.

〈Table 5〉 The Effect of Competition on Corporate Demand for Insurance:
Subsamples

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
HHI	0.149*** (0.038)	0.182*** (0.040)	0.175*** (0.051)	0.194*** (0.035)	0.079*** (0.021)
year dummy	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
N	64,323	52,447	27,135	38,497	69,494
R2	0.134	0.120	0.089	0.061	0.069

Notes: 1) *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1. 2) Clustered standard errors are reported in parentheses. 3) Dependent variable is respectively the ratio of premium to sales in Column (1) ~ (3), the ratio of premium shown in manufacturing costs statement to sales in Column (4), and the ratio of premium shown in income statement in Column (5). 4) All Columns are fixed effects panel regressions with a full set of year dummies. Additional controls are asset, debt ratio, tangible asset ratio, tax burden, market size, but not reported to save space. 5) Columns (1), (2), and (3) respectively restricts the sample to the set of firms which are observed for more than 5 years, the sample to the set of firms which are observed for more than 5 consecutive years, and the sample to the set of firms which are observed for 9 years.

한편, 산업경쟁도와 보험수요간 역 인과관계 가능성을 고려하여 동적패널모형을 적용하고, 다른 한편으로는 현시점의 산업경쟁도 대신 전년도 산업경쟁도 지표($HHI_{j,t-1}$, $CR3_{j,t-1}$, $Markup_{j,t-1}$)를 사용하여 경쟁의 보험수요효과를 추정하였다. 만약 기업의 보험수요가 산업경쟁도에 영향을 미친다고 하더라도, 어디까지나 현재 또는 미래의 산업경쟁

도에 영향을 미칠 뿐, 과거의 산업경쟁도에는 영향을 미칠 수 없기 때문이다. 추정결과는 <Table 6>에 나타내었다. 반면 전년도 산업경쟁도는 기업의 보험가입결정에 유의미한 영향을 미칠 수 있다.

먼저, <Table 6>의 모형(1)은 동적패널모형을 적용한 추정결과이다. GMM차분모형이 타당하기 위해서는 Sargan 검정통계량이 통계적으로 유의하지 않아야 하며, 오차항의 2계 계열상관검정이 기각되지 않아야 한다. Sargan 검정 결과에 따르면 p 값이 0.389($\chi^2 = 35.694$)로 과대식별 제약 조건이 적절하다는 귀무가설이 기각되지 않는다. 따라서 모든 도구변수가 유의미하게 사용될 수 있다. 또한, 동적패널모형에서는 종속변수의 과거치가 도구변수로서 사용되기 때문에 오차항에 자기상관관계가 있는 경우 도구변수의 외생성 문제가 발생한다. 오차항 자기상관 검정 결과를 보면, 1계 자기상관이 없다는 귀무가설은 1% 유의수준에서 기각되고($Z=-17.8$, $p=0.000$), 2계 자기상관이 없다는 귀무가설은 기각되지 못한다($Z=-1.558$, $p=0.119$). 즉, 오차항간의 자기상관 문제는 없는 것으로 나타난다. GMM차분모형의 추정결과, 산업 내 집중도가 높을수록 보험수요가 높은 것으로 나타난다. 또한 <Table 6>의 모형(2)에서 보는 바와 같이 전년도 산업집중도가 높을수록 보험수요가 높은 것으로 나타났다. 산업경쟁도와 보험수요간 역 인과관계의 가능성을 고려한다고 하더라도 벤치마크모형(<Table 3>의 모형(1))의 결과는 성립한다.

〈Table 6〉 The Effect of Competition on Corporate Demand for Insurance:
Endogeneity Issues

	(1)	(2)	(3)	(4)
	dynamic panel		fixed effects panel	
premium to sales (t-1)	0.359*** (0.023)			
HHI	0.135*** (0.045)			
HHI(t-1)		0.067** (0.033)		
CR3(t-1)			0.040* (0.021)	
Markup(t-1)				0.034** (0.017)
year dummy	Yes	Yes	Yes	Yes
N	40,637	53,384	53,384	53,384
Wald Chi2, R2	440.68	0.135	0.133	0.144
Sargan검정	$\chi^2(34)=35.694$	NA	NA	NA

Notes: 1) *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1. 2) Clustered standard errors are reported in parentheses. 3) Dependent variable is the ratio of premium to sales. 4) Column (1) is dynamic panel regressions with a full set of year dummies and the Arellano and Bond's GMM estimators which remove country fixed effects by taking first differences. Columns (2) ~ (4) are fixed effects panel regression with a full set of year dummies. Additional controls are asset, debt ratio, tangible asset ratio, tax burden, market size, but not reported to save space.

추정결과의 강건성을 다양한 방법으로 확인하였으며, 산업 내 경쟁이 치열할수록 기업의 보험수요가 감소한다는 추정결과가 일관되게 나타났다. 경쟁의 보험수요효과에 대한 추정결과는 선행연구와 상반된다. Seog(2006)에 따르면 보험담보비용의 증가는 해당기업의 산출량 증가와 경쟁기업의 산출량 감소를 초래하며, 이를 보험의 전략적 효과라고 하였다. 그리고 Liu and Jung(2011)은 보험의 전략적 효과가 경쟁이 치열해질수록 증가하기 때문에 경쟁이 심화될수록 기업의 보험수요는 커진다고 주장하였다. Liu and Jung(2011)에서 발전시킨 경쟁의 보험수요효과는 Seog(2006)이 밝힌 “보험의 전략적 효과”를 전제한다. 이 연구의 추정결과는 Seog(2006)이 밝힌 보험의 전략적 효과가 현실에서는 존재하지 않을 가능성을 시사한다.

추정결과에 대해서는 다음과 같은 추론이 가능하다. 산업내 경쟁도가 높은 상황이라면 기업은 경쟁기업의 가격인하에 대응하여 자사의 가격을 인하하거나(Bertand competition),

경쟁기업의 생산량 확대에 대응하여 자사의 생산량을 축소하는(Cournot competition) 것이 일반적이다. 따라서 산업 내 경쟁이 치열해지면 기업의 마진율이나 매출액이 감소할 수 있어, 기업들이 보험료 지출을 줄일 개연성이 있다. 예를 들어, 치열한 시장경쟁에 직면한 기업은 보험담보비용을 줄이거나, 화재보험이나 일부 배상책임보험 등 의무보험·필수보험을 제외하고는 보험구입을 중단하거나, 또는 보험보다 효율적인 위험관리방법을 적극적으로 선택할 개연성이 있다. 보험을 시장경쟁에 대응한 전략적 도구로써 활용하기 보다는 개인 및 가계와 마찬가지로, 기업도 경제적인 여력이 보험구입 결정에 유의미한 요소로 작용하는 것으로 풀이된다.

2. 집단간 비교

앞서 추정결과는 고정효과패널모형 또는 동적패널모형을 사용함으로써 시간에 걸쳐 변하지 않는 변수들이 분석에서 제외되었다. 이에 시간불변 변수에 해당하는 대규모기업집단 해당여부와 상장여부 등의 보험수요효과를 추정할 수 없었다.²⁴⁾ 그런데 매출액 대비 보험료를 집단별로 살펴보면 뚜렷한 차이를 보인다. 비대규모기업집단 또는 비상장집단일수록 매출액 대비 보험료가 높게 나타난다. 구체적으로, 대규모기업집단의 매출액 대비 보험료의 평균은 0.15%인 반면 그 외 기업집단의 경우 0.34%로 두배 이상 높게 나타난다.²⁵⁾ 마찬가지로, 비상장기업집단의 매출액 대비 보험료 평균은 0.36%로 상장기업집단(0.19%)보다 높다. 특히 코스피상장집단의 매출액 대비 보험료 평균은 0.14%로 대규모기업집단의 평균보다도 낮다. 비대규모기업집단이나 비상장기업집단의 경우 보험을 대체할 위험관리기법에 대한 노하우가 상대적으로 부족하고 생산 및 영업활동에 더 많은 위험이 내재할 가능성이 있어 보험에 대한 의존도도 상대적으로 높은 것으로 풀이된다.

보험수요뿐만 아니라, 산업경쟁도도 집단별로 차이를 보인다. 대규모기업집단, 코스피

24) 대규모기업집단여부, 그리고 상장여부는 대체로 시간에 따라 크게 변하지는 않지만, 시간불변 변수는 아니다. 그러나 KIS-Value는 특정 시점, 즉, 2015년을 기준으로 해당정보를 제공하고 있어, 분석자료에서는 시간불변 변수로 간주된다.

25) 분석자료에서 코스피에 상장된 기업의 관측치는 4.27%, 코스피 포함 코스닥이나 코넥스에 상장된 기업의 관측치는 11.63%, 그리고 대규모기업집단에 소속된 기업의 관측치는 2.04%를 차지한다(Table 2)참조).

상장집단, 상장기업집단일수록 상대적으로 집중된 산업에서 영업 중이다. 대규모기업집단은 제조업 내 132개 산업에서 영업 중인데 HHI 평균은 0.136으로 그 외 집단(0.061)에 비해 두배 이상 높다. 상장기업집단은 HHI 평균이 0.093인 265개 산업에서, 코스피상장 집단은 HHI 평균이 0.102인 169개 산업에서 영업한다.

이처럼 보험수요와 산업경쟁도가 집단별로 뚜렷한 차이를 보이는 가운데, 그렇다면 산업경쟁도의 보험수요효과도 집단별로 차이를 보이는지, 바꿔 말하면, 산업경쟁도가 집단 별 보험수요의 차이를 설명하는 한 요인인지 확인할 필요가 있다.

〈Table 7〉 The Effect of Competition on Corporate Demand for Insurance:
Sample Split

	(1) chaebol	(2) non- chaebol	(3) kospi	(4) non- kospi	(5) list	(6) non- list
HHI	0.202** (0.088)	0.144*** (0.039)	0.060 (0.069)	0.153*** (0.040)	0.126** (0.053)	0.149*** (0.045)
asset	0.002 (0.030)	-0.043*** (0.005)	-0.008 (0.015)	-0.042*** (0.005)	-0.034*** (0.011)	-0.043*** (0.006)
debt ratio	-0.106** (0.054)	0.015 (0.013)	0.025 (0.032)	0.011 (0.013)	-0.003 (0.030)	0.015 (0.014)
share tgb asset	0.019 (0.070)	0.175*** (0.016)	0.003 (0.038)	0.178*** (0.016)	0.097** (0.039)	0.181*** (0.017)
tax burden	0.131 (0.274)	1.014*** (0.129)	0.173 (0.215)	1.039*** (0.133)	0.185 (0.151)	1.174*** (0.150)
market size	-0.021 (0.024)	-0.023*** (0.007)	-0.014 (0.011)	-0.024*** (0.007)	-0.022** (0.011)	-0.023*** (0.008)
constant	0.797 (0.901)	1.958*** (0.224)	0.789 (0.481)	1.983*** (0.229)	1.669*** (0.418)	1.993*** (0.245)
year dummy	yes	yes	yes	yes	yes	yes
N	1,444	69,463	3,029	67,878	8,245	62,662
R2	0.0002	0.129	0.120	0.008	0.078	0.118

Notes: 1) *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1. 2) Clustered standard errors are reported in parentheses. 3) Dependent variable is the ratio of premium to sales. 4) All Columns present fixed effects panel regressions with a full set of year dummies. 5) Columns (1), (3), and (5) respectively restricts the sample to the set of firms which are affiliated with large business groups(so called Chaebol), the sample to the set of firms which are listed in KOSPI, and the sample to the set of firms which are listed in either KOSPI, KOSDAQ, or KONEX.

〈Table 7〉은 집단별 경쟁의 보험수요효과를 추정한 결과이다. 대규모기업집단 소속기업인지에 상관없이 집중도가 높을수록 보험수요가 높은 경향이 있지만, 이러한 효과는 대규모기업집단 소속 기업에서 더 뚜렷하게 나타났다.²⁶⁾ 대규모기업집단의 보험수요는 유형자산비율, 세금부담, 산업규모 등에 통계적으로 유의한 반응을 보이지 않지만, 경쟁도와 부채비율에는 민감한 반응을 보였다. 대규모기업집단이 진출한 산업(132개)의 HHI 평균은 0.136으로, 전체 평균(0.063)보다 두 배 이상 높다. 따라서 대규모기업집단 소속 기업은 경쟁도의 변화에 민감하고, 이를 보험으로써 대응하는데 적극적인 것으로 풀이된다.

다음으로, 코스피 비상장집단의 경우 산업경쟁도가 보험수요에 유의한 영향을 미치는 반면, 코스피 상장집단에서는 유의하지 않게 나타났다. 상장기업집단의 경우 오랜 영업경험과 함께 산업 내 입지가 비교적 안정적이어서 경쟁환경의 변화를 위험 또는 기회로 인식하지 않거나, 이를 보험으로써 대응하는 것에 소극적인 것으로 풀이된다. 〈Table 7〉의 모형(5)에서 보는 바와 같이 코스피뿐만 아니라 코스닥과 코스넥을 포함한 기업집단의 보험수요는 산업경쟁도에 민감한 반응을 보이는데, 이는 코스피 상장기업과 코스닥·코스넥 상장기업의 경쟁환경에 대한 인식과 위험관리에 대한 차이를 보여준다.

한편, 이 연구에서 다루는 제조업은 KSIC 2단위 기준 24개 세부산업으로 구분가능하다. KSIC 2단위 산업별로 산업경쟁도의 보험수요효과를 추정한 결과, 14개 산업에서 산업경쟁도의 추정계수가 양(+)의 부호를 갖으며, 이는 7개 산업에서 10% 내에서 통계적으로 유의한 것으로 나타났다. 산업경쟁도의 영향이 세부산업별로 다소 상이하나, 적어도 산업 내 경쟁이 보험수요를 유발한다는 이론을 지지할만한 결과는 관찰되지 않았다.²⁷⁾

26) 「공정거래법」상 공시대상기업집단(상호출자제한 포함) 및 출자총액제한의 대상이 되는 자산총계 5조 원 이상의 기업집단을 대규모기업집단이라 한다. 공정거래위원회는 2018년 기준 공시 대상 기업집단 중 자산 총액 10조 원 이상인 32개 집단(소속회사: 1,332개)을 상호출자제한 기업집단으로 지정하였다.

27) 24개 산업별 추정결과는 요청 시 제공가능하다.

V. 결론

이 연구는 한국신용평가정보(주)에서 제공하는 KIS-Value자료를 이용하여 제조업 내 외부감사를 받는 기업을 대상으로 산업경쟁도가 기업의 보험수요에 미치는 영향을 분석하였다. 분석자료는 제조업 내 KSIC 세세분류 439개 산업, 10,908개 기업, 기업-연도 관측치수 총 70,907개로 구성된 불균형패널이며, 분석기간은 2007년에서 2015년까지 9개년이다. 경쟁의 보험수요효과를 추정하기 위하여 고정효과패널모형과 함께 동적패널모형을 보완적으로 활용하였다.

분석결과, 산업 내 집중도가 높아질수록 기업의 매출액 대비 보험료는 증가하였다. 바꿔 말하면, 산업 내 경쟁이 치열해질수록 기업의 매출액 대비 보험료는 감소하였다. 상기 추정결과는 선행연구(Liu and Jung, 2011)의 분석결과와 상반된다. Liu and Jung(2011)은 원수보험회사의 재보험출재 자료를 이용하여 산업 내 경쟁이 치열할수록 원수보험회사의 재보험 출재율이 높아짐을 입증하였다. 이들에 따르면, 산업 내 경쟁이 심화될수록 보험의 전략적 효과(즉, 한 기업이 보험담보비용을 늘려 산출량을 늘리면, 경쟁기업의 산출량은 감소하는 효과)가 더욱 두드러지기 때문에 기업의 보험수요가 증가한다. 그러나 Seog(2006)이 제시한 바와 같이 기업이 납부해야 하는 보험료에 산출량이 반영될 경우에는 산출량이 늘어날수록 보험료 부담도 늘어나기 때문에 보험의 전략적 효과는 사라진다. 이러한 경우 기업이 산업 내 경쟁상황에 대응한 전략적 도구로서 보험을 활용하기는 어려울 것으로 보인다.

이 연구에서는 추정결과의 강건성을 다양한 방법으로 확인하였으나, 산업 내 경쟁이 치열할수록 기업의 보험수요가 감소한다는 추정결과가 일관되게 나타났다. 추정결과에 대해서는 다음과 같은 추론이 가능하다. 산업 내 경쟁이 치열해지면 기업의 마진율이나 매출액이 감소할 수 있어, 기업들이 보험료로 지출되는 비용을 줄일 유인을 가진다. 예를 들어, 치열한 시장경쟁에 직면한 기업은 보험담보비용을 줄이거나, 화재보험이나 일부 배상책임보험 등 의무보험을 제외하고는 보험구입을 중단하거나, 또는 보험보다 효율적인 위험관리방법을 적극적으로 선택할 개연성이 있다.

매출액 대비 보험료는 집단별로 뚜렷한 차이를 보이는데, 산업경쟁도의 보험수요효과도

집단별로 차이를 보이는지 살펴보았다. 그 결과, 대규모기업집단 소속 기업인지에 상관없이 집중도가 높을수록 보험수요가 높은 경향이 있지만, 이러한 효과는 대규모기업집단 소속 기업에서 더 뚜렷하게 나타났다. 또한 비상장집단의 경우 산업경쟁도가 보험수요에 유의한 영향을 미치는 반면, 상장집단에서는 유의하지 않게 나타났다. 대규모기업집단의 경쟁도에 대한 민감도와 상장기업집단의 산업 내 안정적 입지에 기인한 결과로 풀이된다.

다만, 본문에서 언급한 바와 같이 핵심변수인 산업경쟁도 지표의 정확한 산출은 기술적인 한계를 가진다. 분석을 위해 공정거래위원회의 KSIC 세세분류 산업경쟁도 지표를 사용하였는데, 이는 수출입을 고려하지 않은 생산기준 산업경쟁도이다. 기업이 체감하는 경쟁도는 수출입이 고려된 내수기준 산업경쟁도에 가까울 것으로 보인다. 향후 관세청의 품목별 수출입자료와 통계청의 산업분류간 완전한 연계가 가능하다면, 내수기준 산업경쟁도를 이용하여 경쟁의 보험수요효과를 검증하는 것도 의미가 있을 것으로 보인다.

참고문헌

- 공정거래위원회 (2006), **시장구조조사**, 공정거래위원회.
- (Translated in English) Fair Trade Commission (2006). *Market Structure Analysis*, Fair Trade Commission.
- 허연·허성수 (2003), “기업보험의 수요에 대한 실증 연구”, **보험학회지**, 제64집, 한국보험학회, pp.1-19.
- (Translated in English) Hur, Y. and S., Hur (2003). “An Empirical Study on the Consumption of Commercial Insurance”, *Korean Journal of Insurance*, 64:1-19.
- Arellano., M., and S., Bond (1991). “Some Tests of Specification for Panel Data: Monte Carlo Evidence and an Application to Employment Equations”, *The Review of Economic Studies*, 58: 277-297.
- Ashby, S., and S., Diacon (1998). “The Corporate Demand for Insurance: A Strategic Perspective”, *The Geneva Papers on Risk and Insurance. Issues and Practice*, 23(86): 34-51.
- Froot, K., D., Scharfstein and J., Stein (1993). “Risk Management: Coordinating Corporate Investments and Financing Policies”, *Journal of Finance*, 5: 1629-1658.
- Hoyt, R., and H., Khang (2000). “On the Demand for Corporate Property Insurance”, *Journal of Risk and Insurance*, 67: 91-107.
- F., Irvine (2007). “Sales Persistence and the Reduction in GDP Volatility”, *International Journal of Production Economics*, 108(1-2): 22-30.
- Liu, Z., and H., Jung (2011). “Product Market Competition and Corporate Demand for Insurance”, *Mimeo*.
- Macminn, R. (1987). “Insurance and Corporate Risk Management”, *The*

- Journal of Risk and Insurance*, 55(4): 658-677.
- Macminn, R. and L., Han (1990). "Limited Liability, Corporate Value, and the Demand for Liability Insurance", *The Journal of Risk and Insurance*, 57 4(4): 581-607.
- Mayers, D. and C., Smith (1982). "On the Corporate Demand for Insurance", *Journal of Business*, 55: 281-296.
- _____ (1987). "Corporate Insurance and the Underinvestment Problem", *Journal of Risk and Insurance*, 54: 45-54.
- Michel-Kerjan, E., P., Raschky, and H., Kunreuther (2013). "Corporate Demand for Insurance: New Evidence from the U.S. Terrorism and Property Markets", *NBER Working Paper No. 19532*.
- Myer, S. and N., Majluf (1984). "Corporate Financing and Investment Decision When Firms Have Information That Investors Do Not Have", *Journal of Financial Economics* 13: 187-221.
- Ramey, V. and D., Vine (2003). "The Effects of Sales Persistence on Volatility in a Production Smoothing Model", *Mimeo*.
- Regan, L. and Y., Hur (2007). "On the Corporate Demand for Insurance: The Case of Korean Nonfinancial Firms", *The Journal of Risk and Insurance*, 74(4): 829-850.
- Roodman, D. (2009). "How to do xtabond2: An introduction to difference and system GMM in Stata", *The Stata Journal*, 2009(1): 86-136.
- Seog, S. (2006). "Strategic Demand for Insurance", *Journal of Risk and Insurance*, 73(2): 279-295.
- Shapiro, A. and S., Titman (1985). "An Integrated Approach to Corporate Risk Management", *Midland Corporate Finance Journal*, 3(2): 41-56.
- Skogh, G. (1989). "The Transactions Cost Theory of Insurance: Contracting Impediments and Costs", *The Journal of Risk and Insurance*, 56(4):

726-732.

Smith, C. and R., Stulz (1985). "The Determinants of Firms' Hedging Policies", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 20(4): 391-405.

Stulz, R. (1984). "Optimal Hedging Policies", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 19: 127-140.

Appendices

〈Appendix table 1〉 Variables and Sources

Variable	Description	Source
premium to sales	Ratio of premium to sales $\times 100$, where premium = premium in income statement + premium in manufacturing cost statement	KIS-Value
HHI	Sum of squares of market share calculated in terms of 5-digit industry classification(KSIC)	Korea Fair Trade Commission
CR3	Market share of the three largest firms, which is calculated in terms of 5-digit industry classification(KSIC)	Korea Fair Trade Commission
Markup	Sales divided by sales cost	KIS-Value
HHI(t-1)	Previous year HHI	Korea Fair Trade Commission
CR3(t-1)	Previous year CR3	
Markup(t-1)	Previous year Markup	KIS-Value
asset	Log asset	KIS-Value
debt ratio	Ratio of total liability to asset	KIS-Value
share of tangible asset	Ratio of tangible asset to asset	KIS-Value
tax burden	Ratio of taxes and dues to sales, where taxes include an income tax	KIS-Value
market size	Log output at the industry level, where output is calculated in terms of 5-digit industry classification(KSIC)	Korea Fair Trade Commission
chaebol	1 if a firm are affiliated with large business groups, 0 otherwise	KIS-Value
list	1 if a firm is listed in either KOSPI, KOSDAQ, or KONEX, 0 otherwise	KIS-Value
seoul	1 if a headquarter is located in Seoul, 0 otherwise	KIS-Value

〈Appendix table 2〉 Correlations of Independent Variables

	premiu m to sales	HHI	CR3	Markup	asset	debt ratio	share tgb. asset	tax burden	market size	chaebol	kospi
HHI	-0.062	1									
CR3	-0.087	0.892	1								
Markup	0.094	0.014	0.022	1							
asset	-0.335	0.149	0.172	-0.003	1						
debt ratio	0.133	-0.070	-0.084	-0.214	-0.233	1					
share tgb asset	0.177	-0.064	-0.076	-0.120	-0.057	0.292	1				
tax burden	0.051	-0.006	-0.008	0.345	0.121	-0.354	-0.074	1			
market size	-0.082	-0.069	-0.112	-0.174	0.109	0.090	0.105	-0.076	1		
chaebol	-0.072	0.121	0.124	0.001	0.294	-0.050	-0.017	0.015	0.010	1	
kospi	-0.114	0.094	0.111	0.005	0.441	-0.133	-0.056	0.039	0.022	0.196	1
list	-0.143	0.127	0.136	0.072	0.458	-0.227	-0.122	0.051	0.027	0.132	0.582

Notes: 1) The number of observations in terms of 'firm-year' is 70,907. 2) The correlation coefficients among industry-level variables based on 3,086 industry-year observations are as follows: Cor(HHI, CR3)=0.88, Cor(HHI, market size)=-0.046, Cor(CR3, market size)=-0.101.

Abstract

The previous literature examined theoretically the existence of strategic demand for insurance and the effects of the product market competition on corporate demand for insurance. This paper examines the effects of product market competition on corporate demand for insurance. In order to test the relationship, we rely on the firm-level financial data which includes 10,908 firms in 439 industries classified according to the 5-digit Korean Standard Industrial Classification from 2007 to 2015. We adopt the fixed effect panel model together with the difference GMM, merging the firm-level data with the market competition measurements by Korea Fair Trade Commission. Contrary to the existing research, we show that stronger product market competition is associated with greater premium to sales ratio.

※ Key words: Corporate Demand for Insurance, Product Market Competition

IFRS 17하의 확률론적 해지율 모형에 관한 연구*

A Study for Stochastic Lapse Model Under IFRS 17

오 창 수**, 송 상 욱***

Changsu Ouh·Sangwook Song

향후 도입될 IFRS 17 및 신지급여력제도는 해지위험을 위험조정 및 위험량에 신규로 반영할 예정이기 때문에 해지위험을 확률론적으로 정교하게 산출할 필요성이 증대되고 있다. 이에 본 연구는 IFRS 17 및 신지급여력제도 도입 시 정교한 해지위험 산출에 활용될 확률론적 해지율 모형을 연구하였다.

본 연구에서는 유지함수와 해지력을 정의한 후 Ornstein-Uhlenbeck process를 따르는 확률항과 해지율의 경과기간구조를 나타내는 추세항으로 구분한 후 확률론적 해지율의 미분방정식을 도출하였다. 본 연구모형은 표준편차가 상수인 경우와 동적인 경우 및 단계형으로 구분하여 해지율 모형을 도출하였으며 해지율의 경과기간구조를 반영하는 모형이다. 본 연구에서는 과거 해지율 데이터를 활용하여 간편법으로 해지력을 산출하고 240개월간 해지율 시나리오를 생성하였다.

국문 색인어: 확률론적 해지율 모형, 해지위험, 위험조정, IFRS 17, 신지급여력제도

한국연구재단 분류 연구분야 코드: B051600

* 본 연구에 유용한 코멘트를 해주신 최양호 교수님, 심현우 교수님, 문재호 차장님께 감사드립니다.

** 한양대학교 경상대 교수, 경영학박사(csouh@hanyang.ac.kr), 제1저자

*** 금융감독원 수석조사역, 보험계리사(swsong@fss.or.kr), 교신저자

논문 투고일: 2019. 02. 26, 논문 최종 수정일: 2019. 05. 15, 논문 게재 확정일: 2019. 05. 16

I. 서언

2016년 유럽연합(EU)은 자산·부채 시가평가 기반의 지급여력제도인 SolvencyⅡ를 성공적으로 도입하였고, 2022년 우리나라는 보험계약부채를 현행 원가법에서 시가법으로 평가하기 위한 새로운 회계제도인 IFRS 17을 도입할 예정이다. 또한 국제보험감독자협회의(IAIS)도 시가평가 기반의 국제적 자본규제인 ICS(Insurance Capital Standards)를 2021년 도입 예정에 있으며, 우리나라도 자산 및 부채의 시가평가에 기반한 새로운 지급여력제도인 신지급여력제도(K-ICS, Korean Insurance Capital Standard) 도입을 추진하고 있다.

보험계약부채에 대한 새로운 회계기준인 IFRS 17은 비금융위험에서 생기는 현금흐름의 금액과 시기에 대한 불확실성을 부담하는 것에 대하여 기업이 요구하는 보상을 반영하기 위하여 위험조정(Risk Adjustment)을 보험부채에 계상하도록 하고 있다.¹⁾ 비금융위험에 대한 위험조정은 금융위험보다는 보험계약에서 발생하는 위험과 관련이 있으며, 금융위험은 미래현금흐름 추정치나 할인율을 통해 보험부채에 반영된다. 비금융위험에 대한 위험조정의 대상이 되는 위험은 보험위험, 해지위험, 사업비위험 등이 있다.²⁾ IFRS 17은 비금융위험에 대한 위험조정을 산정하기 위해 사용한 신뢰수준을 공시토록 하고 있으며, 신뢰수준기법 이외의 기법을 사용하여 위험조정을 산정한다면 동 기법의 결과치에 해당하는 신뢰수준을 공시해야 한다.³⁾ 신뢰수준기법으로 위험조정을 산출하기 위해서는 보험부채의 분포가 필요하다. 해지율의 변동으로 인한 보험부채의 분포를 산출하기 위해서는 해지율 모형을 이용한 확률론적 해지율 시나리오가 필요하다.

K-ICS의 경우에도 그간 RBC제도에서 반영하지 않았던 해지위험을 산출하여 반영할 예정이다. K-ICS는 SolvencyⅡ와 같은 충격시나리오 방식으로 해지위험을 산출⁴⁾할 예정인데 동 방식으로 위험량 산출 시 보험위험 중 해지위험의 위험량이 가장 크다고 알려져

1) IFRS 17 문단 37

2) IFRS 17 부록 B 적용지침 B86

3) IFRS 17 문단 119

4) 금융감독원, 新지급여력제도 도입초안(K-ICS 1.0),

[http://www.fss.or.kr/fss/kr/bbs/view.jsp?url=/fss/kr/1240186854180&bbsid=1240186854180&idx=1524121435166&num=31&stitle=신지급여력제도_도입초안\(K-ICS 1.0\)](http://www.fss.or.kr/fss/kr/bbs/view.jsp?url=/fss/kr/1240186854180&bbsid=1240186854180&idx=1524121435166&num=31&stitle=신지급여력제도_도입초안(K-ICS_1.0))

있다. 해지위험 산출을 위하여 99.5% 수준의 정교한 계수가 필요하며 이를 위해서는 해지 위험의 위험량에 대한 분포가 필요하기 때문에 확률론적 해지율 모형에 대한 연구의 필요성이 제기된다.

확률론적 해지율 모형은 기본해지율⁵⁾을 독립적으로 시뮬레이션하는 모형과 기본해지율을 기초로 계약자행동을 반영하는 동적해지율 모형이 있다. 동적해지율 모형은 이자율에 기초한 계약자행동에 해당하는 동적해지율을 확률론적으로 시뮬레이션 한다. 그동안 동적해지율 모형에 대한 연구는 많이 있었지만, 기본해지율을 독립적으로 시뮬레이션 하는 모형에 대한 연구는 거의 없었다. 이는 지금까지는 기본해지율을 독립적으로 시뮬레이션할 필요성이 없었기 때문이나, 앞에서 언급했듯이 향후에 IFRS 17 및 K-ICS⁶⁾ 적용을 위해서는 해지위험을 정교하게 산출할 수 있는 확률론적 해지율 모형이 필요하다.

본 연구의 구성은 다음과 같다. 제II장에서는 해지율의 특성 및 선행연구에 대하여 설명한 후 제III장에서는 유지합수와 해지력을 정의한 후 해지율 모형을 도출하고자 한다. 제IV장에서는 해지율 시뮬레이션을 위해 해지율 시나리오를 생성하고 마팅계일 속성을 고찰한다. 마지막으로 제V장에서 본 연구의 요약 및 향후 과제를 제시하고자 한다.

II. 해지율의 특성

1. 해지율의 특성

가. 해지율의 개념

해지는 사망, 장애 등과 같이 보험계약의 탈퇴 요인 중 하나로 보험계약자가 보험계약을 계속 유지하지 않고 중도에 중단하는 계약자 옵션을 말한다. IFRS 17은 보험부채 평가 시 계약자행동⁷⁾ 가정을 반영하도록 하고 있으며, 해지는 계약자행동 가정 중에서 보험부채

5) 기본해지율은 과거 데이터를 이용한 경과기간별 해지율(상수)을 의미한다.

6) 해지 위험계수는 99.5% 해지위험을 해지위험 익스포처로 나누어 산출한다.

7) 계약자가 실효 및 해지 등을 포함한 보험계약에 내재된 옵션을 행사할 것이라는 가능성을 말한다.

평가에 미치는 영향이 큰 요소 중 하나이다. 이러한 해지로 인해 보험회사의 재무건성성이 악화되는 해지위험이 발생하기도 하는데 예상보다 큰 해지로 인해 장래에 발생할 예상수익이 줄어드는 것이 해지위험이다. 보험종목 및 계약자 옵션의 종류, 납입방식, 납입주기 등에 따라 해지율이 달라질 수 있으므로 해지율 산출 시 동 분류에 따라 구분하여 산출하는 것이 바람직하다.

일반적으로 해지율의 경제적 속성(economic nature) 때문에 해지율의 예측이 어렵다고 알려져 있다.⁸⁾ 다시 말해 해지율은 실업률, 인플레이션율, 이자율 등 다양한 외부 요인에 영향을 받기 때문에 예측이 어려운 것이다. 국내에서도 이자율이 해지율에 미치는 영향과 관련하여 계약자적립금과 보충적립금의 관계에 따라 해지율이 변동하는 동적해지율 모형이 연구되었다.

나. 해지율의 경과기간구조

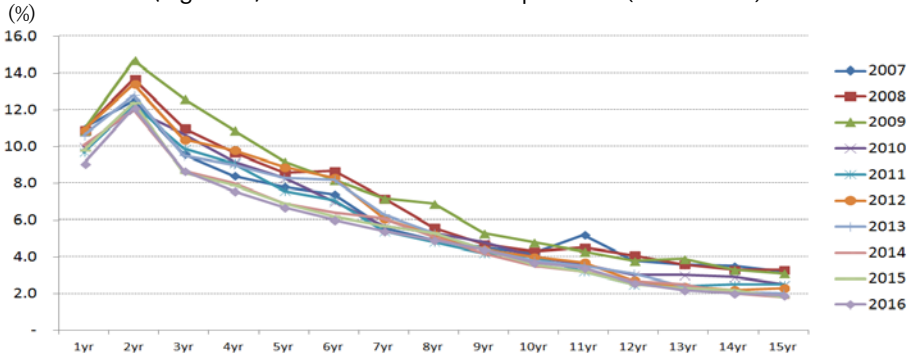
이자율은 잔존만기에 따라 기간구조(term structure)를 보인다. 이자율의 기간구조란 잔존만기에 따른 채권의 수익률을 말하며, 일반적으로 채권의 만기가 길수록 높은 수익률을 보인다. 과거 통계에 따르면 해지율도 보험계약 체결일로부터의 경과기간에 따라 일정한 추세를 갖는 경과기간구조를 보이는 것으로 나타나고 있다.

보험개발원의 “2017 산업통계를 활용하여 산출한 생명보험 계리적 가정”⁹⁾ 보고서는 생명보험회사의 2007년부터 2016년까지 전체 보험계약의 경과기간별 해지율을 제공하고 있다. 동 보고서를 살펴보면 일반적으로 해지율은 보험상품의 담보 특성 및 판매채널에 따라 추세의 차이가 발생하는 특징이 있다. 그리고 보험계약 가입 후 경과기간에 따라 일정 시점까지는 해지율이 상승하다가 그 이후에는 낮아지는 추세를 보인다. 설계사 등에 의해 수동적으로 가입하는 보험계약의 특성상 설계사 수당지급이 완료되는 시점인 약 1년 이후 보험계약 해지가 많아져서 일반적으로 해지율은 2차년도 부근에서 최대치를 보인다. 동 보고서에 따른 생명보험회사의 해지율 경과기간구조는 <Figure 1>과 같다.

8) L. Courtois, and H. Nakagawa(2011), p. 2.

9) https://www.kidi.or.kr/kidi_report/report_data_view.asp?KMBBS_IDX=13486&RetPage=report_data.asp

〈Figure 1〉 Term Structure of Lapse Rate(2007~2016)



2. 선행 연구

해지율과 관련된 연구는 크게 확률론적 해지율 모형, 해지율 분포, 다변량 분석 관련 연구로 나눌 수 있다. 확률론적 해지율 모형은 기본해지율을 독립적으로 시뮬레이션하는 확률론적 시나리오 모형과 기본해지율을 기초로 계약자 행동을 반영하는 동적해지율 모형이 있다. 그간 동적해지율과 관련된 연구는 많이 진행되었지만 기본해지율 시나리오를 독립적으로 생성하는 모형에 대한 연구는 거의 없었다.

동적해지율 연구와 관련해서는 American Academy of Actuary(AAA, 2015)는 보증적립금과 실제적립금의 비율에 따라 미국 RBC제도의 해지조정계수의 상한과 하한을 설정할 수 있는 동적해지율 모형을 제시하였다. Xue(2010)는 동적해지율과 이자율간의 상호작용을 확률론적 모델링의 입장에서 연구하였고, 보증적립금과 실제적립금 비율에 따라 반영되는 Exponential 동적해지율 모형을 제시하고 있다. Conwell et al.(2013)는 계단증가형(step rate increase), 선형 증가형(linear increase), Arctangent의 세 가지 동적해지율 모형을 제시하고, 각 모형별 계약자 해지 특성을 논의하고, 내재옵션비용을 계산하였다. 오창수·박규서(2015), 오창수·은재경(2017)은 다양한 동적해지율 모형을 활용하여 금리연동형 종신보험에 포함된 최저해지환급금보증(GMSB)에 대한 보험부채 평가를 실시하였다.

해지율 분포에 대한 연구를 살펴보면 Loisel and Milhaud(2010)는 Solvency II 내부

모형에 활용할 수 있도록 해지율 분포를 정규분포로 가정하고 다양한 계약자간 상관관계 하에서 해지율 충격을 산출하였다. 다만 해지위험 산출 시 확률론적 해지율 시나리오를 생성하지 않고 분포에서 산출된 해지율 충격을 현금흐름에 반영하는 방식을 준용하였다. 오창수·조석희(2013)는 IFRS 17 기준하의 보험부채평가에 관한 연구를 하였는데, 호주의 사례를 참고하여 위험조정을 75% VaR(Value at Risk)로 산출하였다. 김현태(2015)는 IFRS 17 기준에 따른 보험계약부채의 위험조정을 산출하기 위하여 정규근사 방법, 베이저안 방법 등을 제시하고 있다.¹⁰⁾

한편 본 논문과는 직접적인 관련은 없지만 이자율, 실업률 등 외부변수와 해지율간의 상관관계를 분석하는 다변량분석은 국내외에서 많은 연구가 진행되었다. Eling and Kochanski(2012)는 기존에 연구된 44개의 이론적 논문과 12개의 실증적 논문을 분석하여 과거 해지율의 다변량분석 관련 연구를 정리하였으며, 과거 16편의 논문 중에서 8편의 논문이 해지율에 주로 영향을 미치는 요인 중 하나가 이자율이라고 언급하였다. 이외에도 국내 연구로는 최영목·최원(2008), 정세창·오승철(2009), 이석범 외 2인(2010), 황진태·이경희(2010), 류건식·이봉주(2011), 오창수·권나연(2018) 등이 해지율의 다변량분석 관련 연구를 진행하였다.

본 논문은 그동안 연구가 진행되지 않았던 기본해지율을 독립적으로 생성하는 확률론적 해지율 모형에 대하여 연구하고자 한다. 이러한 연구는 IFRS 17 및 신지급여력제도 도입으로 해지위험의 평가가 중요하기 때문에 연구의 의의가 있을 것이다.

10) 2016.11. IASB는 그동안 IFRS4 2단계로 불렸던 시가평가 보험회계를 IFRS 17로 명명하였다. 따라서 본 연구에서는 2016.11. 이전에 발표된 선행연구에 IFRS4 2단계라는 용어로 발표된 논문도 IFRS 17로 표기하였다.

Ⅲ. 해지율 모형의 도출

1. 유지함수 및 해지력의 정의

유지함수($C(t, T)$)는 최초 보험계약자가 1명이라고 가정할 경우 t 시점에서 바라본 T 시점의 보험계약 유지자수로 정의된다. 그리고 $\lambda(t, T)$ 는 t 시점에서 바라본 T 시점의 순간해지율로 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned}\lambda(t, T) &= \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \left(1 - \frac{C(t, T+\tau)}{C(t, T)} \right) \\ &= \lim_{\tau \rightarrow 0} \left[-\frac{1}{C(t, T)} \left(\frac{C(t, T+\tau) - C(t, T)}{\tau} \right) \right] \\ &= -\frac{\partial}{\partial T} \ln C(t, T)\end{aligned}\quad (1)$$

확률론적 해지율 $w(t)$ 는 t 시점에서 바라본 t 시점의 순간해지율로 $\lambda(t, t)$ 와 같다.

$$\begin{aligned}w(t) &= \left[-\frac{\partial}{\partial T} \ln C(t, T) \right]_{T=t} \\ &= \lambda(t, t)\end{aligned}\quad (2)$$

현재 시점(0)에서 관측한 t 시점의 순간해지율인 $\lambda(0, t)$ 는 해지력(force of lapse)으로 정의할 수 있다.

$$\lambda(0, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \ln C(0, t)\quad (3)$$

수식 (3)을 적분하여 현재 시점에서 관측한 유지함수인 $C(0, t)$ 를 해지력 $\lambda(0, t)$ 를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$C(0, t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(0, s) ds\right)\quad (4)$$

본 연구에서는 가입연령이 해지율에 크게 영향을 미치지 않고, 유지를 바라보는 관측시점을 현재 시점(0)으로 고정할 것이기 때문에 가입연령(x) 및 관측시점(0)을 제외하여 $C(0, t)$ 를 $C(t)$ 로, $\lambda(0, t)$ 를 $\lambda(t)$ 로 표현하고자 한다.¹¹⁾ $C(t)$ 는 다음과 같은 특징이

있다. 우선 $C(t)$ 는 시간의 흐름에 따른 연속함수이다. 그리고 초기값인 $C(0)$ 는 1에서 시작하며, 탈퇴만 진행되므로 증가하지 않는 비증가(nonincreasing) 함수이다. 그리고 시간이 무한히 지날 경우 결국 $C(t)$ 는 0으로 수렴한다.

2. 해지율 모형의 도출

가. 해지율 모형의 가정

해지율 모형을 도출하기 전에 확률론적 시나리오 모형에 대한 연구를 간단히 살펴보면 Brown(1827)은 작은 입자의 불규칙한 운동을 정리하여 브라운운동(brownian motion) 이론을 도입하였다. Wiener(1863)는 브라운운동 이론의 수학적 모형인 위너과정(Wiener process)을 정립하였고,¹²⁾ Ornstein and Uhlenbeck(1930)은 브라운운동 이론을 더욱 발전시킨 확률과정인 Ornstein Uhlenbeck process를 도출하였다.¹³⁾ 동 모형은 평균회귀 속성을 가진 브라운운동으로 위너과정(Wiener process)을 활용한 모형이다. 확률론적 해지율($w(t)$) 모형을 도출하기 위하여 다음과 같은 몇 가지 가정을 설정하기로 한다.

- ① $w(t)$ 는 시간에 따른 연속함수로 가정한다.
- ② $w(t)$ 는 마코프 과정(Markov process)을 따른다. 마코프 과정은 미래 결과는 현재 결과에만 영향을 받으며, 현재 이전의 과거 결과에는 영향을 받지 않는 조건을 만족하는 확률과정이다.
- ③ ①, ②번 조건을 만족하기 위해 $w(t)$ 가 연속된 시간의 흐름에 따라 정규분포를 따라 움직이는 위너과정¹⁴⁾(Wiener process)를 따른다고 가정한다.
- ④ $w(t)$ 는 해지율의 경과기간구조를 추세향으로 갖는다는 것을 가정한다.
- ⑤ 확률론적 $w(t)$ 로 산출된 유지자수의 기댓값은 유지함수($C(t)$)와 같다고 가정한다.¹⁵⁾

11) 향후 더 정교한 연구에서는 x 를 해지율에 고려하는 $C_x(t)$ 를 유도할 수도 있을 것이다.

12) E. Nelson(2001), p. 9.

13) E. Nelson(2001), p. 45.

14) 위너과정은 기하학적 브라운운동(standard brownian motion)이라고도 불리며, 통상 위너과정을 $W(t)$ 로 표현하나 본 연구에서는 순간해지율을 w 로 표현하였으므로 위너과정을 $Z(t)$ 로 표현하기로 한다.

$$C(t) = E \left[e^{-\int_0^t w(s) ds} \right] \quad (5)$$

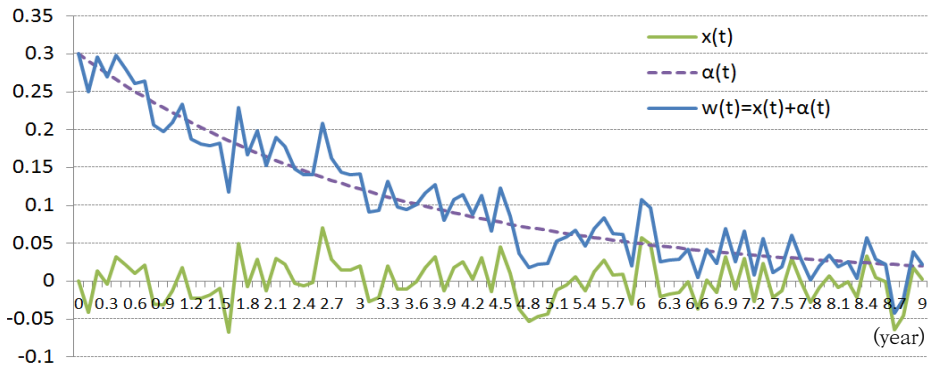
나. 해지율 모형의 도출

1) 상수 표준편차(σ) 가정

앞에서 설정한 가정을 기초로 $w(t)$ 를 위너과정을 따르는 확률항(stochastic)인 $x(t)$ 와 해지율의 경과기간구조를 나타내는 비확률항(deterministic)인 추세항 $\alpha(t)$ 로 정의한다.¹⁵⁾

$$w(t) = x(t) + \alpha(t) \quad (6)$$

〈Figure 2〉 Stochastic Term($x(t)$) and Deterministic Term($\alpha(t)$)



$x(t)$ 는 위너과정을 만족하면서 추세를 반영할 수 있는 기본적인 확률과정인 Ornstein-Uhlenbeck process를 따른다고 가정한다. 본 논문에서는 추세항을 이용하므로 Ornstein-Uhlenbeck process에서 평균(μ) 및 초기값($x(0)$)은 0으로 가정하였다. a 를 평균회귀속도(mean reverting speed), σ 를 해지율의 표준편차, $Z(t)$ 를 위너과정으로 가정하면 Ornstein-Uhlenbeck process는 다음과 같다.¹⁷⁾

$$dx(t) = a(u - x(t))dt + \sigma dZ(t) \quad (7)$$

$$dx(t) = -ax(t)dt + \sigma dZ(t) \quad (8)$$

15) E. Biffis(2005), p. 5.

16) M. Overhaus et al.(2007), p. 95.

17) http://www.thetaris.com/wiki/Hull-White_model

확률항의 도함수 $dx(t)$ 에 e^{at} 를 곱한 후 적분하여 $x(t)$ 를 도출하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 e^{at}dx(t) &= e^{at}\{-ax(t)dt + \sigma dZ(t)\} \\
 dx(t)e^{at} + x(t)ae^{at}dt &= e^{at}\sigma dZ(t) \\
 dx(t)e^{at} + x(t)d\{e^{at}\} &= e^{at}\sigma dZ(t) \\
 d\{x(t)e^{at}\} &= e^{at}\sigma dZ(t) \\
 \int_0^t d\{x(s)e^{as}\} &= \int_0^t \sigma e^{as} dZ(s) \\
 x(t)e^{at} - x(0)e^{a \cdot 0} &= \int_0^t \sigma e^{as} dZ(s) \\
 x(t)e^{at} &= x(0) + \int_0^t \sigma e^{as} dZ(s) \\
 x(t) &= x(0)e^{-at} + \int_0^t \sigma e^{-a(t-s)} dZ(s)
 \end{aligned} \tag{9}$$

유지함수($C(t)$)를 활용하여 추세항($\alpha(t)$)을 도출하기 전에 $\alpha(t)$ 도출 과정에서 필요한 몇 가지 결과를 먼저 구해본다. 첫 번째, $\alpha(t)$ 는 비확률항(deterministic)으로 주어지므로 다음식이 성립한다.

$$E\left[e^{-\int_0^t \alpha(s) ds}\right] = e^{-\int_0^t \alpha(s) ds} \tag{10}$$

두 번째, 결정론적 함수의 확률론적 적분의 기댓값은 가우시안 분포의 연속적인 합이므로 $E\left[\left(\int_0^t X(s)dZ(s)\right)\right] = 0$ 을 만족하며¹⁸⁾, $x(0) = 0$ 이므로 다음식이 성립한다.

$$\begin{aligned}
 E\left[-\int_0^t x(s)\right] &= E\left[-\int_0^t \left\{x(0)e^{-au} + \int_0^u \sigma(s)e^{-a(u-s)} dZ(s)\right\} du\right] \\
 &= x(0) \int_0^t e^{-au} du = 0
 \end{aligned} \tag{11}$$

세 번째, $Var\left[\int_0^t x(u)du\right]$ 를 구해보자. $x(0) = 0$ 이고, Ito isometry¹⁹⁾ 이론에 따라

18) D. Brigo, F. Mercurio(2006), p. 201.

19) $E\left[\left(\int_0^t X(s)dZ(s)\right)^2\right] = E\left[\int_0^t X^2(s) ds\right]$, B. Oksendal(2000), p. 29.

$$\begin{aligned}
\text{Var} \left[\int_0^t x(u) du \right] &= E \left[\left(\int_0^t x(u) du \right)^2 \right] - \left[E \left(\int_0^t x(u) du \right) \right]^2 \\
&= E \left[\left(\int_0^t \int_0^u \sigma e^{-a(u-s)} dZ(s) du \right)^2 \right] - \left[E \left(\int_0^t \int_0^u \sigma e^{-a(u-s)} dZ(s) du \right) \right]^2 \\
&= E \left[\left(\int_0^t \sigma \int_s^t e^{-a(u-s)} du dZ(s) \right)^2 \right] - \left[E \left(\int_0^t \sigma \int_s^t e^{-a(u-s)} du dZ(s) \right) \right]^2 \\
&= E \left[\left(\int_0^t \sigma \int_s^t e^{-a(u-s)} du dZ(s) \right)^2 \right] \\
&= E \left[\int_0^t \left(\sigma \int_s^t e^{-a(u-s)} du \right)^2 ds \right] \\
&= \int_0^t \sigma^2 \left(\int_s^t e^{-a(u-s)} du \right)^2 ds \\
&= \int_0^t \sigma^2 \left(\frac{1 - e^{-a(t-s)}}{a} \right)^2 ds \\
&= \frac{\sigma^2}{a^2} \int_0^t (1 - 2e^{-a(t-s)} + e^{-2a(t-s)}) ds \\
&= \frac{\sigma^2}{a^2} \left(t - 2 \frac{1 - e^{-at}}{a} + \frac{1 - e^{-2at}}{2a} \right)
\end{aligned} \tag{12}$$

앞에서 구한 세 가지 결과와 $C(t)$ 와 $E[e^x]$ 20)의 정의를 활용하여 $\alpha(t)$ 를 도출하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
C(t) &= E \left[e^{-\int_0^t w(s) ds} \right] = E \left[e^{-\int_0^t \{x(s) + \alpha(s)\} ds} \right] \\
&= E \left[e^{-\int_0^t x(s) ds} \cdot e^{-\int_0^t \alpha(s) ds} \right] \\
&= E \left[e^{-\int_0^t x(s) ds} \right] \cdot E \left[e^{-\int_0^t \alpha(s) ds} \right] \\
&= e^{E \left[-\int_0^t x(s) ds \right] + \frac{1}{2} \text{Var} \left[-\int_0^t x(s) ds \right]} \cdot e^{-\int_0^t \alpha(s) ds} \\
&= e^{\frac{1}{2} \text{Var} \left[-\int_0^t x(s) ds \right]} \cdot e^{-\int_0^t \alpha(s) ds} \\
C(t) &= e^{\frac{\sigma^2}{2a^2} \left\{ t - 2 \frac{1 - e^{-at}}{a} + \frac{1 - e^{-2at}}{2a} \right\}} \cdot e^{-\int_0^t \alpha(s) ds}
\end{aligned} \tag{13}$$

수식 (13)의 양변에 로그를 취하여 전개하면 다음과 같다.

20) $E[e^x] = e^{E[x] + \frac{1}{2} \text{Var}[x]}$

$$\ln C(t) = \frac{\sigma^2}{2a^2} \left(t - 2 \frac{1 - e^{-at}}{a} + \frac{1 - e^{-2at}}{2a} \right) - \int_0^t \alpha(s) ds$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln C(t) = \frac{\sigma^2}{2a^2} (1 - 2e^{-at} + e^{-2at}) - \alpha(t) \quad (14)$$

$\lambda(t)$ 의 정의에 의해 $-\frac{\partial}{\partial t} \ln C(t)$ 는 $\lambda(t)$ 이고 추세항 $\alpha(t)$ 를 중심으로 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\alpha(t) = -\frac{\partial}{\partial t} \ln C(t) + \frac{\sigma^2}{2a^2} (1 - 2e^{-at} + e^{-2at}) \quad (15)$$

$$= \lambda(t) + \frac{\sigma^2}{2a^2} (1 - 2e^{-at} + e^{-2at}) \quad (16)$$

수식 (9)의 $x(t)$ 와 수식 (16)의 $\alpha(t)$ 를 이용하면 수식 (6)의 확률론적 해지율($w(t)$)를 구할 수 있다. 수식 (6)의 $w(t)$ 를 미분하면 다음과 같다.

$$dw(t) = dx(t) + d\alpha(t) \quad (17)$$

먼저 수식 (8)에 따라 $dx(t)$ 는 다음과 같다.

$$dx(t) = -ax(t)dt + \sigma dZ(t)$$

$$= -a\{w(t) - \alpha(t)\}dt + \sigma dZ(t) \quad (18)$$

다음으로 $d\alpha(t)$ 는 앞에서 산출한 $\alpha(t)$ 를 편미분하면 다음과 같이 산출된다. 다만 $\alpha(t)$ 의 변수는 t 밖에 없으므로 상미분과 편미분이 같아 편의상 편미분 형태로 미분한다.

$$\frac{d}{dt} \alpha(t) = \frac{\partial}{\partial t} \alpha(t)$$

$$= \frac{\partial}{\partial t} \lambda(t) + \frac{\sigma^2}{2a^2} \{2ae^{-at} - 2ae^{-2at}\}$$

$$= \frac{\partial}{\partial t} \lambda(t) + \frac{\sigma^2}{a} \{e^{-at} - e^{-2at}\} \quad (19)$$

이제 확률론적 해지율 모형의 미분방정식($dw(t)$)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} dw(t) &= dx(t) + d\alpha(t) \\ &= -ax(t)dt + \sigma dZ(t) + d\alpha(t) \\ &= -a\{w(t) - \alpha(t)\}dt + \sigma dZ(t) + d\alpha(t) \\ &= \left\{a\alpha(t) + \frac{d\alpha(t)}{dt} - aw(t)\right\}dt + \sigma dZ(t) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} &= \left[a\lambda(t) + \frac{\sigma^2}{2a} \{1 - 2e^{-at} + e^{-2at}\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial t}\lambda(t) + \frac{\sigma^2}{a} \{e^{-at} - e^{-2at}\} - aw(t) \right] dt + \sigma dZ(t) \\ &= \left\{ a\lambda(t) + \frac{\partial}{\partial t}\lambda(t) + \frac{\sigma^2}{2a} (1 - e^{-2at}) - aw(t) \right\} dt + \sigma dZ(t) \end{aligned} \quad (21)$$

위 식에서 $a\alpha(t) + \frac{d\alpha(t)}{dt}$ 를 추세를 반영하기 위한 함수인 $\theta(t)$ 로 표현할 경우 다음과 같다.

$$dw(t) = \{\theta(t) - aw(t)\}dt + \sigma dZ(t) \quad (22)$$

$$\theta(t) = a\lambda(t) + \frac{\partial}{\partial t}\lambda(t) + \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2at}) \quad (23)$$

2) 동적 표준편차($\sigma(t)$) 가정

현실적으로는 표준편차가 경과기간에 따라 일정한 것이 아니라 지속적으로 변하는 동적 표준편차($\sigma(t)$) 또는 단계형 상수(σ_i)로 반영될 가능성이 높다. 따라서 표준편차가 시간에 따라 동적으로 변동하는 $\sigma(t)$ 를 가정하고 확률론적 해지율 미분방정식을 산출해 본다.

동적 표준편차 가정하에서 $\alpha(t)$ 도출 과정에 필요한 $Var\left[\int_0^t x(t)dt\right]$ 를 먼저 구해보자.

$$\begin{aligned} Var\left[\int_0^t x(u)du\right] &= E\left[\left(\int_0^t x(u)du\right)^2\right] - \left[E\left(\int_0^t x(u)du\right)\right]^2 \\ &= E\left[\left(\int_0^t \int_0^u \sigma(s)e^{-a(u-s)}dZ(s)du\right)^2\right] - \left[E\left(\int_0^t \int_0^u \sigma(s)e^{-a(u-s)}dZ(s)du\right)\right]^2 \\ &= E\left[\left(\int_0^t \sigma(s) \int_s^t e^{-a(u-s)}dudZ(s)\right)^2\right] - \left[E\left(\int_0^t \sigma(s) \int_s^t e^{-a(u-s)}dudZ(s)\right)\right]^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= E \left[\left(\int_0^t \sigma(s) \int_s^t e^{-a(u-s)} du dZ(s) \right)^2 \right] \\
&= E \left[\int_0^t \left(\sigma(s) \int_s^t e^{-a(u-s)} du \right)^2 ds \right] \\
&= \int_0^t \sigma^2(s) \left(\int_s^t e^{-a(u-s)} du \right)^2 ds \\
&= \int_0^t \sigma^2(s) \left(\frac{1 - e^{-a(t-s)}}{a} \right)^2 ds \\
&= \frac{1}{a^2} \int_0^t \sigma^2(s) (1 - 2e^{-a(t-s)} + e^{-2a(t-s)}) ds
\end{aligned} \tag{24}$$

수식 (24)와 $C(t)$ 의 정의를 활용하여 $\alpha(t)$ 를 도출하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
C(t) &= E \left[e^{-\int_0^t w(s) ds} \right] = E \left[e^{-\int_0^t \{x(s) + \alpha(s)\} ds} \right] \\
&= E \left[e^{-\int_0^t x(s) ds} \cdot e^{-\int_0^t \alpha(s) ds} \right] \\
&= E \left[e^{-\int_0^t x(s) ds} \right] \cdot E \left[e^{-\int_0^t \alpha(s) ds} \right] \\
&= e^{E \left[-\int_0^t x(s) ds \right] + \frac{1}{2} \text{Var} \left[-\int_0^t x(s) ds \right]} \cdot e^{-\int_0^t \alpha(s) ds} \\
&= e^{\frac{1}{2} \text{Var} \left[-\int_0^t x(s) ds \right]} \cdot e^{-\int_0^t \alpha(s) ds} \\
C(t) &= e^{\frac{1}{2a^2} \int_0^t \sigma^2(s) \{1 - 2e^{-a(t-s)} + e^{-2a(t-s)}\} ds} \cdot e^{-\int_0^t \alpha(s) ds}
\end{aligned} \tag{25}$$

$$\ln C(t) = \frac{1}{2a^2} \int_0^t \sigma^2(s) \{1 - 2e^{-a(t-s)} + e^{-2a(t-s)}\} ds - \int_0^t \alpha(s) ds$$

변수 t 로 편미분할 경우 Leibniz 적분 공식²¹⁾에 따라 계산하여야 하는데 동 공식에서 적분 이외에 추가로 계산하는 항목이 0이 되므로²²⁾ 다음이 성립한다.

$$21) \frac{d}{dt} \left(\int_{a(t)}^{b(t)} f(t, s) ds \right) = f(t, b(t)) \frac{d}{dt} b(t) - f(t, a(t)) \frac{d}{dt} a(t) + \int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial}{\partial t} f(t, s) ds$$

22) $f(t, s)$ 에 해당하는 부분이 $\sigma^2(s) \{1 - 2e^{-a(t-s)} + e^{-2a(t-s)}\}$ 이므로 s 에 t 를 대입할 경우 $\sigma^2(s) \{1 - 2 + 1\} = 0$ 으로 사라지게 된다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \ln C(t) &= \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2a^2} \int_0^t \sigma^2(s) \{1 - 2e^{-a(t-s)} + e^{-2a(t-s)}\} ds - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \alpha(s) ds \\
&= \frac{1}{2a^2} \int_0^t \sigma^2(s) \frac{\partial}{\partial t} \{1 - 2e^{-a(t-s)} + e^{-2a(t-s)}\} ds - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \alpha(s) ds \\
&= \frac{1}{2a^2} \int_0^t \sigma^2(s) \frac{\partial}{\partial t} \{1 - 2e^{-a(t-s)} + e^{-2a(t-s)}\} ds - \alpha(t) \\
&= \frac{1}{2a^2} \int_0^t \sigma^2(s) \{2ae^{-a(t-s)} - 2ae^{-2a(t-s)}\} ds - \alpha(t) \quad (26)
\end{aligned}$$

$\alpha(t)$ 를 중심으로 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\alpha(t) = -\frac{\partial}{\partial t} \ln C(t) + \frac{1}{2a^2} \int_0^t \sigma^2(s) \{2ae^{-a(t-s)} - 2ae^{-2a(t-s)}\} ds \quad (27)$$

$$= \lambda(t) + \frac{1}{a} \int_0^t \sigma^2(s) \{e^{-a(t-s)} - e^{-2a(t-s)}\} ds \quad (28)$$

$d\alpha(t)$ 를 구하기 위하여 Leibniz 적분 공식을 이용하면 다음과 같다.²³⁾

$$\begin{aligned}
\frac{d\alpha(t)}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} \alpha(t) \\
&= \frac{\partial}{\partial t} \lambda(t) + \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{a} \int_0^t \sigma^2(s) \{e^{-a(t-s)} - e^{-2a(t-s)}\} ds \right] \\
&= \frac{\partial}{\partial t} \lambda(t) + \frac{1}{a} \int_0^t \sigma^2(s) \frac{\partial}{\partial t} \{e^{-a(t-s)} - e^{-2a(t-s)}\} ds \\
&= \frac{\partial}{\partial t} \lambda(t) + \frac{1}{a} \int_0^t \sigma^2(s) \{-ae^{-a(t-s)} + 2ae^{-2a(t-s)}\} ds \\
&= \frac{\partial}{\partial t} \lambda(t) + \int_0^t \sigma^2(s) \{-e^{-a(t-s)} + 2e^{-2a(t-s)}\} ds \quad (29)
\end{aligned}$$

23) $f(t, s) = \sigma^2(s) \{e^{-a(t-s)} - e^{-2a(t-s)}\}$ 이므로 s 에 t 를 대입할 경우 동 항은 0이 된다.

이제 확률론적 해지율 모형의 미분방정식($dw(t)$)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 dw(t) &= dx(t) + d\alpha(t) \\
 &= -ax(t)dt + \sigma(t)dZ(t) + d\alpha(t) \\
 &= -a\{w(t) - \alpha(t)\}dt + \sigma(t)dZ(t) + d\alpha(t) \\
 &= \left\{a\alpha(t) + \frac{d\alpha(t)}{dt} - aw(t)\right\}dt + \sigma(t)dZ(t) \\
 \alpha(t) &= \lambda(t) + \frac{1}{a} \int_0^t \sigma^2(s) \{e^{-a(t-s)} - e^{-2a(t-s)}\} ds \\
 \frac{d\alpha(t)}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} \lambda(t) + \int_0^t \sigma^2(s) \{-e^{-a(t-s)} + 2e^{-2a(t-s)}\} ds
 \end{aligned} \tag{30}$$

위 식에서 $a\alpha(t) + \frac{d\alpha(t)}{dt}$ 를 추세를 반영하기 위한 함수인 $\theta(t)$ 로 표현할 경우 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 dw(t) &= \{\theta(t) - aw(t)\}dt + \sigma(t)dZ(t) \\
 \theta(t) &= a\alpha(t) + \frac{d\alpha(t)}{dt} \\
 &= a\lambda(t) + \frac{\partial}{\partial t} \lambda(t) + \int_0^t \sigma^2(s) e^{-2a(t-s)} ds
 \end{aligned} \tag{31}$$

3) 단계형 표준편차(σ_i) 가정

표준편차를 단계형(stepwise) 상수(σ_i)로 활용할 경우 $\sigma(t)$ 는 단계형 상수로 다음과 같이 정의한다. $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_{n-1} < t_n = t$ 인 구간에서

$$\sigma(t) = \sigma_i, \quad t_{i-1} < t < t_i, \quad i = 1, \dots, n \tag{32}$$

$\theta(t)$ 를 먼저 산출하기 위해 $\int_0^t \sigma(t)^2 e^{-2a(t-s)} ds$ 를 구간별로 적분하면 각 구간 안에서는 σ_i 는 상수이기 때문에 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}
 \int_{t_{i-1}}^{t_i} \sigma_i^2 e^{-2a(t-s)} ds &= \sigma_i^2 \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{-2a(t-s)} ds \\
 &= \sigma_i^2 \left[\frac{e^{-2a(t-s)}}{-2a} \right]_{t_{i-1}}^{t_i} \\
 &= \sigma_i^2 \left[\frac{e^{-2a(t-t_i)} - e^{-2a(t-t_{i-1})}}{-2a} \right]
 \end{aligned} \tag{33}$$

$$= e^{-2at} \sigma_i^2 \left[\frac{e^{2at_i} - e^{2at_{i-1}}}{2a} \right] \quad (34)$$

위 식을 활용하여 산출한 단계형 표준편차를 가정한 미분방정식은 다음과 같다.

$$dw(t) = \{\theta(t) - aw(t)\}dt + \sigma_i dZ(t) \quad (35)$$

$$\theta(t) = a\lambda(t) + \frac{\partial}{\partial t}\lambda(t) + \frac{e^{-2at}}{2a} \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 (e^{2at_i} - e^{2at_{i-1}}) \quad (36)$$

IV. 해지율 모형을 이용한 시뮬레이션

1. C(t) 및 λ(t)의 추정

본 연구에서 수행한 확률론적 해지율 모형의 도출 및 적용을 위하여 연속 형태의 유지함수($C(t)$)가 필요하다. 실제적으로 유지함수를 추정하기 위해서는 보험회사의 과거 유지율 데이터를 활용할 수 있을 것이다. 일반적으로 유지율은 연간 또는 월간 단위로 산출되는 이산(discrete) 형태이므로 이를 활용하여 연속 형태인 유지함수를 추정할 필요가 있다. 유지함수를 추정하기 위해서는 곡선적합(curve fitting) 방법을 비롯한 여러 가지 방법이 있다. 곡선적합은 주어진 데이터를 다항회귀분석(polynomial regression)을 활용하여 다항식²⁴⁾의 계수를 산출하는 방법이다. 함수의 차원이 높아질수록 주어진 데이터에 보다 정확하게 함수를 적합(fitting)할 수 있다. 유지함수($C(t)$)를 추정하면 이를 미분하여 해지력($\lambda(t)$)을 도출할 수 있고, 해지력을 이용하면 수식 (23)의 해지율 모형을 이용할 수 있다.

실무적으로는 경과월별 해지율을 해지력으로 활용하는 간편법의 적용도 가능하다. IFRS 17 보험부채 평가 시 실무적으로는 현금흐름을 월별로 산출하기 때문에 연속 형태의 해지력이 아닌 이산 형태의 해지력 활용도 가능하다. 다시 말해 보험회사의 보험상품별 자체 해지율을 월별로 산출 가능할 경우 이를 바로 해지력으로 활용하여 수식 (23)의 해지율 모형을 이용할 수 있다.

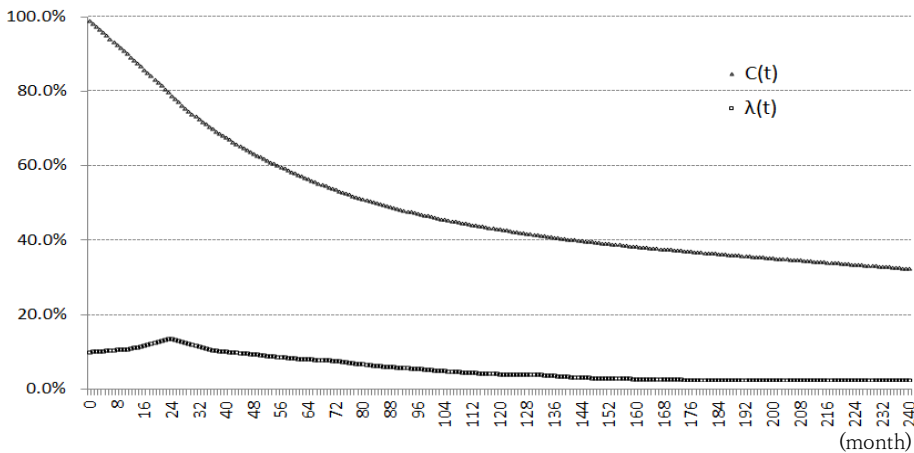
24) 1차($y=ax+b$), 2차($y=ax^2+bx+c$), 3차($y=ax^3+bx^2+cx+d$) 등 다양한 다항식 가능하다.

한편 IFRS 17 적용 시 사망률, 해지율과 같은 보험회사의 비시장변수의 추정치는 이용할 수 있는 내부 또는 외부의 모든 정보를 고려하여야 하며, 설득력이 있는 정보에 보다 많은 가중치를 부여하여 비시장변수의 추정치를 산출해야 한다.²⁵⁾ 따라서 유지함수 또는 해지력 추정 시 보험회사의 내부 또는 외부의 모든 정보를 고려할 수 있을 것이다.

2. 해지율 시나리오의 생성

본 연구에서는 간편법을 이용하여 보험회사의 경과월별 연해지율을 해지력으로 활용하여²⁶⁾ 해지율 시나리오를 생성하였다. 보험회사의 내부 정보를 가지고 있지 않기 때문에 보험개발원에서 공시한 2007년부터 2016년까지 생명보험회사 경과기간별 평균 해지율을 활용하여 해지력을 산출하였다. 경과월별 연해지율을 활용하여 추정한 해지력과 유지함수는 다음과 같다.

〈Figure 3〉 $\lambda(t)$ and $C(t)$



Notes: 1) Initial lapse rate of 10% is assumed.

2) The lapse rate after 15th year is assumed constant.

평균회귀속도(a)는 크게 설정할 경우 해지율 시나리오가 해지율의 경과기간구조와 빠른 속도로 일치되고 작게 설정할 경우 천천히 해지율의 경과기간구조와 일치된다. 본 연구에

25) IFRS 17 기준서 부록 B 적용지침 B50.

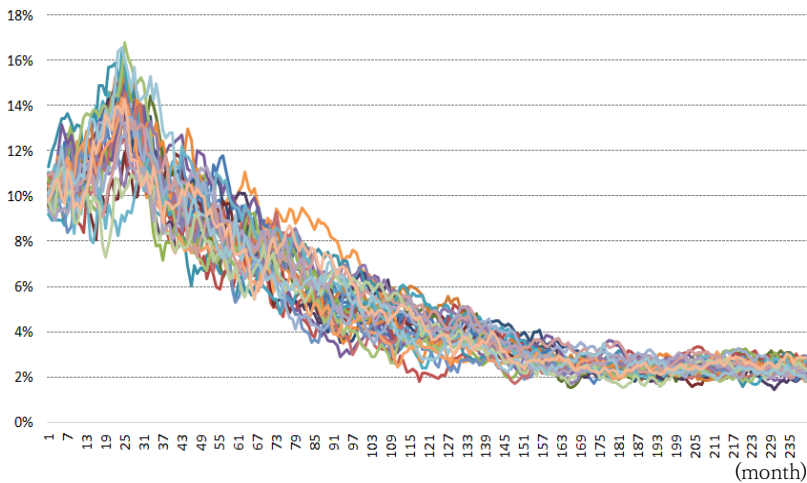
26) 보험개발원이 제공한 경과연도별 해지율을 직선보간하여 경과월별 연해지율로 변환하였다.

서는 해지율 시나리오가 해지율의 경과기간구조와 빠르게 일치되는지 확인하기 위해 평균 회귀속도를 1로 설정한 가정하에서 해지율 시나리오를 확인하였다.

그리고 표준편차의 경우 각 경과월별 해지율의 20%를 단계형 표준편차(σ_i)의 형태로 설정하였다.²⁷⁾ 이는 SolvencyII의 99.5%의 해지율 충격이 $\pm 50\%$ 인데 정규분포(0, 1) 가정 시 신뢰도 99.5% z값이 2.576이므로 50%를 2.576으로 나눌 경우 대략 해지율의 20%가 표준편차로 역산된다.²⁸⁾ 다만 본 연구에서는 개별 상품의 해지율 표준편차 산출이 곤란하여 SolvencyII 해지율 충격을 역산하여 표준편차를 추정한 것이며, SolvencyII에서 해지율의 분포에 대한 가정을 정규분포가 아닌 다른 분포를 가정했을 경우 해지율 표준편차가 과소 산출될 수 있으므로 개별 보험계약의 해지위험 산출 시에는 개별 보험계약의 해지율 표준편차를 활용하는 것이 바람직하다.

앞에서 설정한 가정을 활용하여 생성한 확률론적 $w(t)$ ²⁹⁾ 시나리오는 <Figure 4>와 같다.

<Figure 4> Generated Stochastic Scenarios of $w(t)$



Note: 30 generated scenarios are selected.

27) 실무적으로 가장 적용 가능성이 높은 단계형 표준편차를 활용하여 시뮬레이션을 실시하였다.

28) 정규분포 가정 시

$$99.5\% \text{ 해지율} = \text{해지율} \times 50\%(\text{SolvencyII기준}) = 2.576 \times \text{해지율 표준편차}$$

$$\therefore \text{해지율 표준편차} = 50\% \div 2.576 \times \text{해지율} = 19.4\% \times \text{해지율}$$

29) 생성된 $w(t)$ 는 경과월별로 생성된 연단위 해지율이며, 동 해지율을 월별로 활용하기 위해

서는 $1 - e^{-\frac{w(t)}{12}}$ 의 변환 과정이 필요하다.

마팅게일(Martingale)이란 연속적인 확률론적 랜덤변수에서 다음 순서의 확률변수의 평균은 현재 발생한 확률변수와 같다는 이론이다. 다시 말해 과거의 모든 정보를 알고 있다면 다음 순서의 확률변수는 현재의 확률변수에만 영향을 받는다는 이론이다.³⁰⁾

$$\begin{aligned} E[|X_n|] &< \infty \\ E[X_{n+1}|X_1, \dots, X_n] &= X_n \end{aligned} \quad (37)$$

확률론적 시나리오 모형은 마팅게일 속성을 만족하는 것이 바람직할 것이다. 수식 (38)과 같이 $\lambda(t)$ 로 산출한 $C(t)$ 와 확률론적 해지율 시나리오로 산출한 유지자수의 기댓값이 같은지를 확인하여 마팅게일 속성을 검증할 수 있다. $w_i(t)$ 는 확률론적 해지율의 t 시점 i 번째 시나리오이다.

$$C(t) = \exp\left\{-\int_0^t \lambda(s)ds\right\} = E\left[\exp\left\{-\int_0^t w_i(s)ds\right\}\right] \quad (38)$$

다만 해지율 시나리오가 연속형이 아닌 월별 이산의 형태로 발생되기 때문에 다음과 같은 식을 활용할 수 있다.

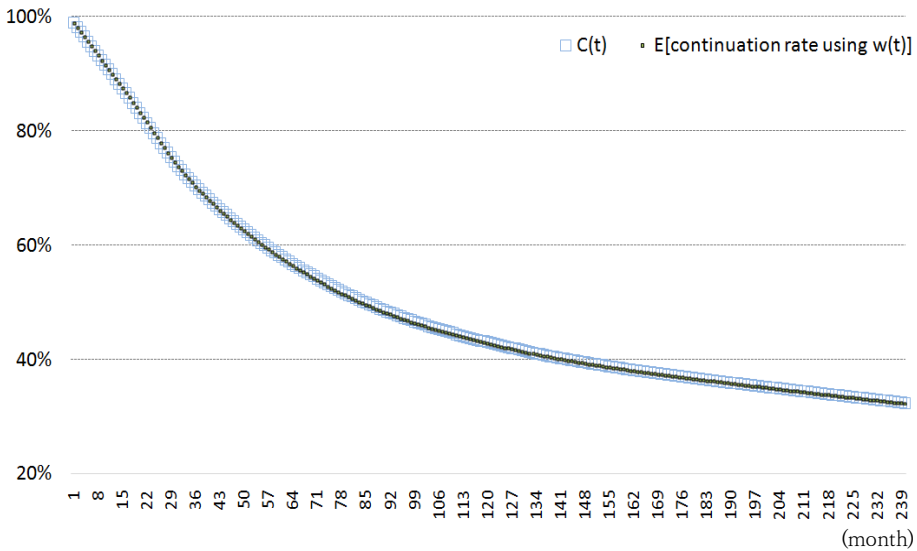
$$\exp\left\{-\sum_{k=1}^n \lambda(k)\right\} = E\left[\exp\left\{-\sum_{k=1}^n w_i(k)\right\}\right] \quad (39)$$

수식 (39)에 경과월(n)을 1부터 240까지 적용하여 산출한 유지함수 및 시나리오별³¹⁾ 유지자수의 기댓값은 다음과 같다.

30) 랜덤워크(Random Walk) 모형은 마팅게일의 대표적인 예이다.

31) 본 연구에서는 시나리오 개수를 1,000개로 설정하였다.

〈Figure 5〉 The Result of Martingale Test



3. 해지율 모형의 확장

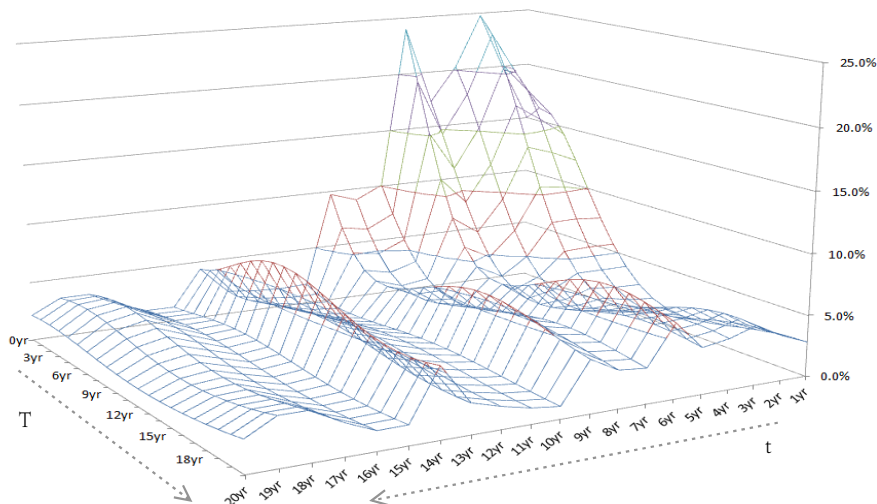
앞에서 생성한 시나리오는 1차년도인 보험계약(신계약)에 적용되는 시나리오이다. 만약 경과기간(T)이 1차년보다 큰 보험계약의 경우 생성시점 시 경과기간별로 다른 시나리오 생성이 필요하다. T 를 생성시점의 보험계약별 경과기간이라고 할 때 확률미분방정식에서 t 를 $t+T$ 로 설정하면 경과기간이 다른 보험계약에 본 해지율모형을 적용할 수 있다. 경과기간의 확장은 $\theta(t)$ 와 $\sigma(t)$ 모두 적용하여야 하며, 경과기간이 확장된 해지율의 확률미분방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} dw(t) &= \{\theta(t+T) - aw(t)\}dt + \sigma(t+T)dZ(t) \\ \theta(t+T) &= a\alpha(t+T) + d\alpha(t+T) \end{aligned} \quad (40)$$

예를 들어 신계약의 경우 시나리오 산출 시 $\theta(t+0)$ 가 적용되는 반면, 10년 경과된 계약의 경우 $\theta(t+10)$ 의 함수가 적용된다. 다만 $\theta(t+0)$ 나 $\theta(t+10)$ 의 장래시점(t)별 시나리오 생성 시 브라운운동에서 만들어진 랜덤 변수의 값은 동일하게 적용된다. 이는 경과기간별로 해지율 수준은 차이가 있지만 동일한 장래시점(t)에서 적용받는 랜덤 변수의 값은 같은 값으로 설정하여 동일한 장래시점에서 해지율의 방향성(상승 또는 하락)은 모두

같도록 설정할 필요가 있기 때문이다. 아래 그래프는 해지율 1번 및 2번 시나리오를 경과 기간별로 확장한 그래프이다. 그래프에서 보듯이 장래시점(t)의 시나리오는 같은 상승 또는 하락 흐름을 보인다.

〈Figure 6〉 Lapse Rate Scenario #1 (example)



V. 결론

IFRS 17 및 K-ICS가 도입되면 보험계약의 해지위험에 대한 평가가 중요해짐에 따라 정교한 해지위험 산출을 위해 확률론적 방법으로 해지위험을 산출할 필요성이 증가하고 있다. 이에 본 연구에서는 확률론적 해지율 모형을 연구하고 해지율 시뮬레이션을 수행하였다. 과거 통계에 따르면 보험계약의 해지율은 경과기간에 따라 추세(경과기간구조)를 갖는 특징을 가지고 있다. 본 연구에서는 해지율의 경과기간구조를 반영하는 해지율 모형을 도출하였다.

본 연구의 3장에서는 확률론적 해지율 모형을 도출하였다. 최초 보험계약자가 1명이라고 가정할 경우 0시점에서 바라본 T 시점의 보험계약 유지자수를 유지함수($C(t)$)로 정의하고, 동 유지함수의 도함수를 유지함수로 나누어 해지력($\lambda(t)$)을 도출하였다. 그리고 확

률론적 해지율 모형 도출을 위해 확률론적 $w(t)$ 를 O-U process를 따르는 확률항($x(t)$)과 해지율의 추세를 나타내는 추세항($\alpha(t)$)으로 구분한 후 수학적으로 전개하여 해지율 모형의 확률미분방정식 $dw(t)$ 를 도출하였다.

본 연구의 4장에서는 도출된 해지율 모형을 이용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 도출된 확률미분방정식으로 해지율을 시뮬레이션하기 위해 생명보험사의 과거 해지율 통계를 활용하여 간편법으로 해지력($\lambda(t)$)을 산출하였다. 그리고 평균회귀속도를 1로 설정하고 SolvencyⅡ의 위험계수를 역산하여 산출한 해지율 표준편차를 활용하여 해지율 시나리오를 1,000개 생성하였으며 $\lambda(t)$ 로 산출한 $C(t)$ 와 확률론적 해지율 시나리오로 산출한 유지자수의 기댓값이 같은지를 검증하였다. 경과기간이 다른 보험계약을 본 모형에 적용하기 위한 해지율 모형의 확장방법에 대하여도 고찰하였다.

향후 금리위험과 해지위험 간에 정교한 상관관계 반영을 위해 이자율 및 해지율 시나리오 생성 단계부터 금리위험과 해지위험의 상관관계를 반영하는 방안에도 연구할 필요가 있다. 또한 정규분포 가정을 활용한 해지율 모형의 단점은 해지율의 표준편차가 클 경우 해지율 시나리오가 음수로 발생 가능한 것이므로 향후 음의 해지율이 발생하지 않는 해지율 모형에 대한 연구도 필요할 것이다. 아울러 개별 보험상품의 해지율 통계와 상품 정보 등을 활용하여 해지율을 시뮬레이션하고 해지위험을 산출할 필요가 있다. 또한 유지함수 적합 방법론으로 곡선적합(Curve fitting)과 간편법을 제시하였는데, 동 방법론보다 유지함수를 정확하고 간단한 형태의 함수식으로 적합할 수 있는 방법에 대한 연구도 필요할 것이다. 마지막으로 본 연구에서는 가입연령에 관계없이 경과기간별로 동일한 유지함수 및 해지력을 적용하였지만 가입연령에 따라 유지율의 차이가 발생할 수 있으므로 가입연령 및 경과기간에 따라 변하는 유지함수를 설정하는 방안도 향후 연구할 필요가 있다.

향후 IFRS 17 및 신지급여력제도 도입 시 본 연구에서 도출된 확률론적 해지율 모형이 합리적인 해지위험 및 위험조정 산출에 활용될 것으로 기대한다.

참고문헌

- 금융감독원 (2015), 보험계약 국제회계기준 2단계(IFRS4 PhaseII) 해설서.
(Translated in English) Financial Supervisory Service (2015). *Guide of IFRS4 Phase II*.
- _____ (2018), **新지급여력제도 도입초안(K-ICS 1.0)**.
(Translated in English) Financial Supervisory Service (2018). *K-ICS 1.0*.
- 김현태 (2015), 보험계약 국제회계기준(IFRS4)에 입각한 위험조정 산출 방법론 연구, 생명보험협회.
- (Translated in English) Kim, H. (2015). *Estimating Risk Adjustment (RA) for life Insurance contracts under IFRS4 phase 2*, Korea Life Insurance Association.
- 류건식·이봉주 (2011), “생명보험 해약률의 계량경제적 분석”, **산업경제연구**, 제24권 제2호, pp. 1099-1121.
- (Translated in English) Ryu, K., and B., Lee (2011). “Econometric Analysis of Surrender and Lapse Rate of Life Insurance Business”, *Journal of Industrial Economics and Business*, 24(2): 1099-1121.
- 보험개발원 (2013), **확률론적 자산시나리오 발생기 산출 방안**, 보험개발원.
- (Translated in English) Korea Insurance Development Institute (2013). *Stochastic Asset Scenarios Generating Method*.
- _____ (2017), **2017 산업통계를 활용하여 산출한 생명보험 계리적 가정**, 보험개발원.
- (Translated in English) Korea Insurance Development Institute (2017). *2017 Life Insurance Actuarial Assumption using Industrial Statistics*.
- 오창수 외 3인 (2013), “IFRS4 기준하의 보험부채평가에 관한 연구”, **리스크관리연구**, 제24권 2호, 한국리스크관리학회.
- (Translated in English) Ouh, C., I., Ryu, K., Park, and W., Kang (2013). “A Study on the Valuation of Insurance Liability based on the IFRS4”,

The Journal of Risk Management, 24(2).

오창수 (2014), **최신보험수리학**, 제3판, 박영사.

(Translated in English) Ouh, C. (2014). *New Actuarial Mathematics*, 3rd Eds, Parkyoungsa.

오창수·조석희 (2009), “보험부채 리스크 마진의 측정에 관한 연구-국제회계기준을 중심으로-”, **보험학회지**, 제84집, 한국보험학회, pp. 35-68.

(Translated in English) Ouh, C., and S., Cho (2009). “A study on the Measurement of the Risk Margin of the Insurance Liability - Focusing on the IFRS4”, *Korean Insurance Journal*, 84: 35-68.

오창수·박규서 (2016), “국제회계기준(IFRS4)하에서의 이율보증평가 -동적해지율 적용을 중심으로-”, **보험금융연구**, 제27권 제1호, pp. 51-79.

(Translated in English) Ouh, C., and K., Park (2016). “A Study on the Valuation of Interest Rate Guarantees under IFRS with Dynamic Lapse Rates”, *Journal of Insurance and Finance*, 27(1): 51-79.

오창수·은재경 (2017), “IFRS17 도입에 따른 종신보험의 보증형태별 보증비용 및 수익성 분석”, **보험금융연구**, 제28권 제3호, pp. 25-52.

(Translated in English) Ouh, C., and J., Eun (2017). “A Study on the Guarantee Costs and the Profitability Analysis of Whole Life Insurance by Different Guarantee Type according to Introduction of IFRS 17”, *Journal of Insurance and Finance*, 28(3): 25-52.

오창수·권나연 (2018), “제3보험의 해약 결정요인에 관한 연구”, **보험금융연구**, 제29권 제4호, pp. 35-61.

(Translated in English) Ouh, C., and N., Kwon (2018). “A Study on the Determinants of the Surrender Behavior for Type 3 Insurance”, *Journal of Insurance and Finance*, 29(4): 35-61.

이석범·이영종·옥주영 (2010), **우체국보험 해약요인에 관한 연구**, 정보통신정책연구원, 기본연구, 10-16.

- (Translated in English) Lee, S., Y., Lee, and J., Ok (2010). *A study on the factors of postal insurance cancellation*, Korea Information Society Development Institute, Basic research, 10-16.
- 정세창·오승철 (2009), “생명보험회사의 해약률에 관한 연구”, **보험학회지**, 제82집, pp. 155-178.
- (Translated in English) Jung, S., and S., Ouh (2009). “An Empirical Study on the Lapse Rate in the Life Insurance Industry”, *Korean Insurance Journal*, 82: 155-178.
- 최영목·최원 (2008), “경제변수가 생명보험 해약률에 미치는 영향”, **보험개발연구**, 제19권 제3호, pp. 3-36.
- (Translated in English) Choi, Y., and W., Choi (2008). “The Effect of Economic Variables on Lapse and Surrender Rate in Life Insurance”, *Journal of Insurance and Finance*, 19(3): 3-36.
- 황진태·이경희 (2010), **생명보험 상품별 해지율 추정 및 예측 모형**, 보험연구원.
- (Translated in English) Hwang, J., and K., Lee (2010). *Estimating and Forecasting Models of Lapse Rates in the Life Insurance Industry*, Korea Insurance Research Institute.
- American Academy of Actuaries (2005). “Recommended approach for setting regulatory risk-based capital requirements for variable annuities and similar products, Report”, Boston, MA.
- Brigo, D., and F. Mercurio (2006). *Interest Rate Models - Theory and Practice*, 2nd Eds, Springer.
- Biffis, E. (2005), “Affine processes for dynamic mortality and actuarial valuations”, *Insurance: Mathematics and Economics*, 37: 443-468.
- CEIOPS (2010). *QIS5 Technical Specifications for SolvencyII*.
- Courtois, L., and H. Nakagawa (2011). “Surrender Risk and the Default of

- Insurance Companies”, *Mathematical Finance*.
- Conwill, S., Y. Furuya, and K. Ito (2013). “Dynamic lapse risk in an era of quantitative easing”, Miliman.
- Eling, M., and M. Kochanski (2013). “Research on Lapse in Life Insurance - What has been done and what needs to be done”, *Journal of Risk Finance*, 14(4): 392-413.
- Hull, J., and A. White (1990). “Pricing Interest-Rate-Derivative Securities”, *The Review of Financial Studies*, 3: 373-392.
- _____ (1993). “One-Factor Interest-Rate Models and the Valuation of Interest-Rate Derivative Securities”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28(2).
- IASB (2017). IFRS 17 Insurance Contracts.
- Loisel, S., and X. Milhaud (2010). “From deterministic to stochastic surrender risk models: impact of correlation crises on economic capital”, *European Journal of Operational Research*.
- Nelson, E. (2001). *Dynamical Theories of Brownian Motion*, 2nd Eds, Princeton University.
- Newton, L. et al. (1997). *Actuarial Mathematics*, The Society of Actuaries.
- Oksendal, B. (2000). *Stochastic Differential Equations*, 5th Eds, Springer.
- Overhaus, M. et al. (2007). *Equity Hybrid Derivatives*, Wiley, 1st Eds.
- Uhlenbeck, G., and L. Ornstein (1930). “On the Theory of the Brownian Motion”, *American Physical Society*.
- Vasicek, O. (1997). “An equilibrium characterization of the term structure”, *Journal of Financial Economics*, 5: 177-188.
- Xue, Y. (2010). “Interactions Between Dynamic Lapses and Interest Rates in Stochastic Modeling”, *Product Matters*, Society Of Actuaries, 77: 8-12.

http://en.wikipedia.org/wiki/Ornstein%E2%80%93Uhlenbeck_process,
2019. 01. 02.

http://en.wikipedia.org/wiki/Hull%E2%80%93White_model, 2019. 01. 02.

[http://en.wikipedia.org/wiki/Martingale_\(probability_theory\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Martingale_(probability_theory)), 2019. 01. 02.

http://www.thetaris.com/wiki/Hull-White_model, 2019. 01. 02.

Abstract

The needs for calculating more precise lapse risk are increasing as lapse risk will be newly applied in risk adjustments and risk categories when IFRS 17 and K-ICS (Korean Insurance Capital Standard) will be introduced. This study researches a stochastic lapse model which can be used in computing precise lapse risk in IFRS 17 and K-ICS.

We defines continuation function and force of lapse, and we derives a stochastic lapse model which can be composed by a stochastic term following Ornstein-Uhlenbeck process and a trend term presenting lapse term structure. This study derives three lapse models according to constant, dynamic, and stepwise standard deviations. The models can reflect term structure of lapse. This study generates 1,000 stochastic lapse scenarios for 240 months using force of lapse by simple method.

※ **Key words:** Stochastic lapse model, lapse risk, risk adjustment, IFRS 17, K-ICS