Ⅱ. 불확실성하에서의 선택이론과 유보가격 측정 모형

1. 기대효용이론

가. 기대효용이론

기대효용이론(Expected Utility Theory)은 오랜 기간 불확실성하에서 경제주체의 의사결정을 분석하는 가장 보편적인 이론으로 사용되어 오고 있다. 기대효용이론은 규범적 이론이다. 규범적 이론은 매우 합리적인 의사결정자가 이론에서 필요한 가정 및 공리를 받아들이고 그에 따라 행동한다면 그 행동의 결과가 어떨지 예측하게 해준다는 장점이 있다. 기대효용이론을 이용하여 불확실성하에서의 개인의 선택을 표현한 최초의 성공적인 시도는 von Neumann and Morgenstern(1947)에 의해 이루어졌다고 할 수 있다. 이들은 특정 상황이 발생할 확률 및 그 상황이 발생하는 경우 수취액(또는 지불액)을 나타내는 확률변수를 복권으로 정의하고 의사결정자들이 이 복권을 선택한다고 가정하였다. 이들의 가장 중요한 가정 중 하나는 선택자들이 각 상황이 발생할 객관적인 확률을 알고 있다는 것이다. 따라서 선택자들이 객관적 확률 분포를 특정할 수 없는 불확실한 상황에서는 이들의 방법론을 적합한 방법론이라고 하기는 어렵다.[1)]

일반적으로 기대효용이론은 다음과 같은 공리를 기본으로 한다.

---

1) 이러한 불확실성을 일반적인 리스크와 구분하여 Knight의 불확실성(Knightian Uncertainty)이라고 함. 상세한 내용은 Knight(1921) 참조

(공리 1) 비교가능성(Comparability) 또는 완전성(Completeness)

불확실한 선택 수단들의 집합 S에 대해 의사결정자는 완전한 선호 순서를 정의할 수 있다. 즉, 집합 S에 속해있는 상이한 선택 수단으로부터의 결과 x와 y에 대해 y보다 x를 선호하거나($x > y$), x보다 y를 선호하거나($y > x$), x와 y를 동등한 것으로 간주하는($x \sim y$) 것 중 하나의 평가를 내릴 수 있다.

(공리 2) 이행성(Transivity) 또는 일관성(Consistency)

(공리 1)에서 언급된 선택 결과들의 순서는 완전한 이행성을 가진다. 예를 들어 x가 y보다 선호되고($x > y$), y가 z보다 선호된다면($y > z$), x는 z보다 선호된다($x > z$). 또는 x와 y를 동등하게 여기고($x \sim y$), y와 z도 동등하게 여긴다면($y \sim z$), x와 z도 동등하게 여긴다($x \sim z$).

(공리 3) 강한 독립성(Strong Independence)

x가 나타날 확률이 α, z가 나타날 확률이 $1-\alpha$인 게임(복권이나 도박을 포함하여)을 $G(x, z : \alpha)$로 표현하자. 이와 유사하게 y가 나타날 확률이 α, z가 나타날 확률이 $1-\alpha$인 게임을 $G(y, z : \alpha)$로 표현하자. 만일 x와 y를 동등하게 여긴다면($x \sim y$), 이 개인은 $G(x, z : \alpha)$와 $G(y, z : \alpha)$를 동등한 것으로 여긴다. 또한 x를 y보다 선호한다면 $G(x, z : \alpha)$를 $G(y, z : \alpha)$보다 선호하고, y를 x보다 선호한다면 $G(y, z : \alpha)$를 $G(x, z : \alpha)$보다 선호한다.

(공리 4) 측정가능성(Measurability)

$x \gtrsim y$를 "x를 y보다 선호하거나 최소한 동등하게 간주한다"는 표현이라고 하자. 만일 선택 결과 x, y, z에 대해 $x > y \gtrsim z$ 또는 $x \gtrsim y > z$를 만족한다면, $y \sim G(x, z : \alpha)$인 유일한 확률 α가 존재한다.

(공리 5) 순위(Ranking)

$x \gtrsim y \gtrsim z$이고 $x \gtrsim u \gtrsim z$라고 가정하자. 이 때 만일 $y \sim G(x, z : \alpha_1)$이고 $u \sim$

$G(x,z:\alpha_2)$이면 $\alpha_1 > \alpha_2$ 는 $y > u$를 의미하고 $\alpha_1 = \alpha_2$ 는 $y \sim u$를 의미한다.

확실성하의 선택이라면 (공리 1)과 (공리 2)로 충분하다. 그러나 의사결정자의 선호를 기대효용이론에서 구현하기 위해서는 (공리 3)부터 (공리 5)까지 추가적인 공리들이 필요하다. (공리 3)은 “강한 독립성” 원칙이다. 기대효용이론에서 이 공리의 중요성은 직관적으로도 어렵지 않게 이해할 수 있다. 기대효용 규칙이 적용 가능하다면, 특정한 의사결정의 효용은 그 결정으로부터 발생하는 각 결과들의 효용의 가중합계가 된다. 각 결과의 가중치가 동일한 경우, 이러한 결과들이 다양한 방법으로 조합되어도 상호 배타적인 특정 결과에 대한 의사결정자의 태도는 영향을 받지 않는다. 이것은 (공리 3)의 직접적인 가정이다.

이 독립성 공리가 합리적으로 인간의 행동을 묘사하는지에 대해서는 많은 논란이 있다. 예를 들어 x와 y가 개인이 동등하게 여기는 두 가지 상품이라고 하자. 이 때 임의의 제 3의 상품 z에 대해 개인은 α의 확률로 x를 얻거나 $1-\alpha$의 확률로 z를 얻는 게임과 α의 확률로 y를 얻거나 $1-\alpha$의 확률로 z를 얻는 게임을 동등하게 여긴다는 것이 이 공리의 핵심이다. z가 x와 결합한 결과와 z가 y와 결합한 결과의 만족도가 동일할 때 이 공리는 합리적이라고 할 것이다. 그러나 x와 y가 z와 결합한 결과가 상이한 만족도를 줄 때는 이 공리는 합리적인 것으로 간주하기 어렵게 된다. 여기에 대해서는 후술할 Allais의 역설에서 상세히 설명할 것이다.

기대효용이론에서 도출된 효용함수 $U(\cdot)$는 두 가지 특성을 지닌다. 첫째, 결과에 대한 선호는 효용함수로 계산된 효용의 크기로 나타나며 그 순위가 유지되어야 한다. 즉, 개인이 x를 y보다 선호하면 $U(x) > U(y)$이다. 둘째, 기대효용을 이용하면 불확실성하에서의 선택 수단들에 대한 순위를 정할 수 있다. x를 택하는 경우 발생확률 p_i인 상황 i에 따라 x_i가 나타나며 발생 가능한 전체 상황의 수가 n개라면 x의 기대효용은 수학적으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E[U(x)] = \sum_{i=1}^{n} p_i U(x_i)$$

또한 y를 택하는 경우 발생 확률 q_i인 상황 i에 따라 y_i가 나타나며 발생 가능한 전체 상황의 수가 m개라면 y의 기대효용은 수학적으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E[U(y)] = \sum_{j=1}^{m} q_j U(y_j)$$

기대효용이론은 $E[U(x)] > E[U(y)]$이면 사람들은 y보다 x를 선호한다는 것을 의미한다. 일반적으로 x_i 및 y_j는 상황 i 및 상황 j에서의 총재산(경우에 따라서는 총소비)이며 p_i와 q_j는 각각 상황 i와 상황 j가 발생할 객관적 확률이 사용된다.

나. Savage의 주관적 기대효용이론

Savage(1954)는 복권 대신 상황조건부 결과를 선택의 대상으로 간주하여 자신의 기대효용이론을 발전시켰다. Savage 이론과 전술한 von Neumann-Morgenstern 이론의 차이는 확률이 주어지는 것이 아니라 도출된다는 것이다. Savage는 상황조건부 결과에 대한 의사결정자의 선호가 몇 가지 공리를 만족한다면 그 선호는 선택한 결과의 순서로부터 도출된 주관적 확률 및 효용함수를 이용하여 기대효용으로 표현할 수 있다는 것을 증명하였다.

따라서 Von Neumann-Morgenstern 방법론과는 달리 Savage 방법론은 의사결정자가 각 상황의 확률을 모를 수 있다는 반론에 영향을 받지 않게 된다. 즉, 의사결정자는 Savage가 제시한 몇 개의 공리와 저촉되지 않는 일관적인 선택을 할 수 있다면 그는 마치 각 상황의 확률을 아는 것처럼 행동한다는 것이다. 물론 이러한 주관적 확률들은 사람들마다 상이할 수 있다.

그러나 Savage의 주관적 기대효용이론은 실제로 거의 사용되지 않고 있다. 가장 큰 이유는 발생할 수 있는 상황의 수가 유한하다는 일반적인 그리고 현실적인 가정과는 달리 그의 이론에서는 상황의 수가 무한하다는 것을 요구하기 때문이다.

다. Allais의 역설

기대효용이론에서 매우 중요한 역할을 하는 독립성 공리는 가장 많은 논란을 받아오고 있다. 이 공리에 대한 비판 중 가장 오래되고 유명한 것은 프랑스의 경제학자인 Maurice Allais가 저명한 경제학자 및 통계학자들을 대상으로 실행한 선택 실험으로 알려져 있다(Allais 1953). 소위 Allais의 역설(Allais Paradox)로 명명되고 있는 이 실험의 내용은 다음과 같이 정리할 수 있다.

〈표 Ⅱ-1〉 공의 번호에 따른 지불 금액

(단위: $1,000)

복권	0	1~10	11~99
A	50	50	50
B	0	250	50
C	50	50	0
D	0	250	0

자료: Allais(1953)

안이 보이지 않는 항아리에 100개의 공이 들어 있다. 공마다 0부터 99까지 중 하나의 숫자가 적혀 있으며 숫자는 중복되지 않는다. 선택자는 이 항아리에 손을 넣어 1개의 공을 꺼낼 수 있다. 선택자는 꺼낸 공에 적힌 숫자에 따라 〈표 Ⅱ-1〉에 해당하는 금액을 받게 되는데 4유형 중 미리 선택한 복권에 따라 받는 금액이 달라진다. 예를 들어 선택자가 복권 A를 선택하는 경우 꺼낸 공의 숫자에 상관없이 항상 $50,000를 받게 된다. 하지만 복권 B를 선택할 경우 꺼낸 공의 숫자가 0이라면 한 푼도 받지 못하지만 1부터 10 사이의 숫자라면 $250,000를 받게 되고, 11부터 99 사이의 숫자라면 $50,000를 받는다.

Allais는 선택자들에게 상이한 2가지 선택을 하게 하고 그 결과를 비교하였다. 첫 번째는 복권 A와 B중 어떤 것을 선호하는지, 두 번째는 복권 C와 D중 어떤 것을 선호하는지 실험하였다. 그 결과 많은 사람들이(심지어 노벨경제학상을 수상한 경제학자나 저명한 통계학자들을 포함하여) 첫 번째 실험에서는 복권 A를, 두 번째 실험에서

는 복권 D를 선택하였다.[2] 즉, 복권 A와 B의 선택 실험에서 사람들은 한 푼도 못 받는 경우가 존재하는 것보다 어떤 경우에도 일정 금액을 수취하는 결과를 더 선호하는 것을 알 수 있다. 그러나 한 푼도 못받을 확률이 이미 높은 수준으로 존재하는 복권 C와 D의 선택 실험에서는 상대적으로 큰 금액을 수령할 수 있는 확률이 높은 복권을 더 선호하는 것을 알 수 있다.

Allais는 이러한 결과로부터 기대효용이론의 핵심 공리인 강한 독립성 공리가 사람들의 선택 행동과 맞지 않는다는 것을 보였다. A와 B 간의 선택 실험에서 선택된 공에 11부터 99 사이의 숫자가 적혀 있다면 $50,000를 받는 것은 모두 동일하다. 따라서 독립성 공리에 의하면 이 경우(즉, 11부터 99 사이인 숫자의 공이 나올 경우)를 제외하여도 의사결정의 결과는 영향을 받지 않는다. 이제 복권 A와 B에서 각각 숫자가 11부터 99 사이가 나올 경우를 제외해보자. 그 결과 복권 A를 숫자가 0이 나와서 $50,000를 받을 확률이 1/11, 1부터 10 사이의 숫자가 나와서 $50,000를 받을 확률이 10/11인 새로운 복권 A'로 변화시킬 수 있다.

같은 방식으로 복권 B는 한 푼도 받지 못할 확률이 1/11, $250,000를 받을 확률이 10/11인 새로운 복권 B'로 변화될 수 있다. 독립성 공리는 복권 A와 B 간의 선택과 복권 A'와 B' 간의 선택이 동일하다는 것을 의미한다. 즉, 복권 B보다 A를 선택한 사람은 B'보다 A'를 선택해야 한다. 같은 방식으로 복권 C와 D도 공의 숫자가 11부터 99까지의 숫자가 나올 경우를 제외한 복권 C'와 복권 D'를 만들 수 있으며 독립성 공리에 따르면 복권 C와 D 간의 선택은 복권 C'와 D' 간의 선택과 동일하다. 즉, 복권 C보다 D를 선택한 사람은 복권 C'보다 D'를 선택해야 한다. 그러나 이제 A'는 C'와 동일하고 B'는 D'와 동일하므로 이러한 선택 결과가 일관적이지 않은 것을 알 수 있다. 이러한 선택 결과의 비일관성은 기대효용이론의 핵심인 독립성 공리 때문에 나타나게 되는 것이다.[3]

2) Allais 역시 1988년 노벨경제학상을 수상함

3) von Neumann의 연구조교였으며 자신 고유의 기대효용이론을 발전시킨 바 있는 Leonard Savage도 Allais의 실험에 참가함. 재미있는 것은 기대효용이론의 신봉자였던 그마저도 첫 번째 실험에서는 A를, 두 번째 실험에서는 D를 선호했다는 것임. 후에 이와 같은 선택 결과가 기대효용이론과 양립하지 않는다는 것을 이해한 Savage는 자신이 게임을 잘못 이해했으며 보다 신중하게 문제를 파악했더라면 그와 같은 실수를 하지 않았을 것이라고 주장함

2. 누적전망이론

가. 누적전망이론

Kahneman and Tversky(1979)는 전술한 기대효용이론의 단점을 보완하는 모형으로 전망이론(Prospect Theory)을 제시하였다. 이 이론은 기준점(Reference Point), 가치함수(Value Function), 결정가중치(Decision Weight) 등 세 가지 구성요소를 지니고 있다. 이 이론에서는 선택의 결과는 위험을 포함하고 있으며, 기준점보다 이익이 발생하여 재산이 증가하는지, 또는 손실이 발생하여 재산이 감소하는지에 따라서 결과가 평가된다는 것이다. 기준점으로는 현재의 재산상태가 사용되는 것이 일반적이다. 만일 보험이나 연금에 대한 의사결정문제라면 이들 상품을 구입하지 않은 상태를 기준점으로 정하는 것이 보다 자연스러울 것이다.

1) 가치함수

가치함수(Value Function)는 이득과 손실 구간에 대해 정의되는 효용함수이다. 전망이론에서의 가치함수는 이익 구간에서는 위험회피를 나타내기 위하여 오목한(concave) 형태를 취하며, 반대로 손실 구간에서는 위험선호를 나타내기 위하여 볼록한(convex) 형태를 취한다. 이러한 특성을 민감도 체감성(Diminishing Sensitivity)이라고 한다. 이득과 손실에 포함되지 않는 원점은 변곡점으로서 미분불가능하고, 일반적으로 원점을 기준으로 왼쪽 함수의 기울기가 오른쪽에 비하여 가파르다(손실회피). Tversky and Kahneman(1992)은 그들의 누적전망이론을 표현하는 가치함수의 모형을 다음과 같이 제시하였다.

$$v(x) = x^{\alpha} \quad \text{if} \quad x \geq 0, \qquad (2.1)$$

$$v(x) = -\lambda(-x)^{\beta} \quad \text{if} \, x < 0$$

위의 식에서 x는 0보다 큰가 또는 작은가에 따라 이득 또는 손실로 정의된다. $v(x)$는 x로부터 얻게 되는 심리적 가치(즉, 효용)를 나타내는 가치함수이다. 가치함수가 이득에 대해서는 오목함수이고 손실에 대해서는 볼록함수인 특성을 지니려면 α와 β의 값이 모두 0과 1 사이의 값을 지녀야 한다. 즉, 가치함수는 일종의 멱함수(Power Function)의 성격을 지닌다. 손실에 대한 볼록성은 의사결정자가 위험선호의 행위를 할 수 있다는 것을 의미하는데, 이것은 오목한 효용함수를 가정한 기대효용이론과는 상응하지 않는 것을 알 수 있다.

또한 위의 식에서 λ는 손실회피의 정도를 나타내는 계수이다. 이것은 특정 크기의 이득이 주는 효용에 대해서 동일한 크기의 손실이 야기시키는 심리적 만족도의 감소분의 상대적 비율이라고 할 수 있다. 예를 들어, 경제주체의 손실회피계수가 $\lambda=2$라면 $1의 손실로부터의 효용 감소와 $2의 이득으로부터의 효용 증가가 절댓값으로 동일하다는 것을 의미한다. 따라서 식(2.1)의 가치함수와 함께 $\lambda > 1$을 나타내는 경제주체는 이득과 손실 금액이 동일하고 발생의 기회도 동일한 게임은 회피하려고 할 것이다.

이득과 손실을 결정하는 기준점의 결정 시 의사결정자의 심적 회계(Mental Accounting)는 매우 중요한 역할을 한다. 심적 회계는 사람들이 의사결정을 할 때 다양한 요인이나 대안들을 종합적으로 평가하여 합리적으로 고려하는 것이 아니라 비교적 좁은 프레임을 구성하고 그 프레임에 맞추어 결정한다는 주장이다.[4] 원래 전망이론의 논문에서 Kahneman and Tversky(1979)는 프레이밍 효과란 용어를 사용했지만 이 개념은 보다 넓은 의미의 가지고 있으므로 후에 Thaler(1985)는 이러한 좁은 의미의 프레이밍에 대하여 심적 회계란 용어를 사용하였다.

손실회피계수를 측정하는 방법은 다양하다. 일반적으로 응답자의 손실회피계수는 다음과 같은 설문을 통하여 추정할 수 있다.

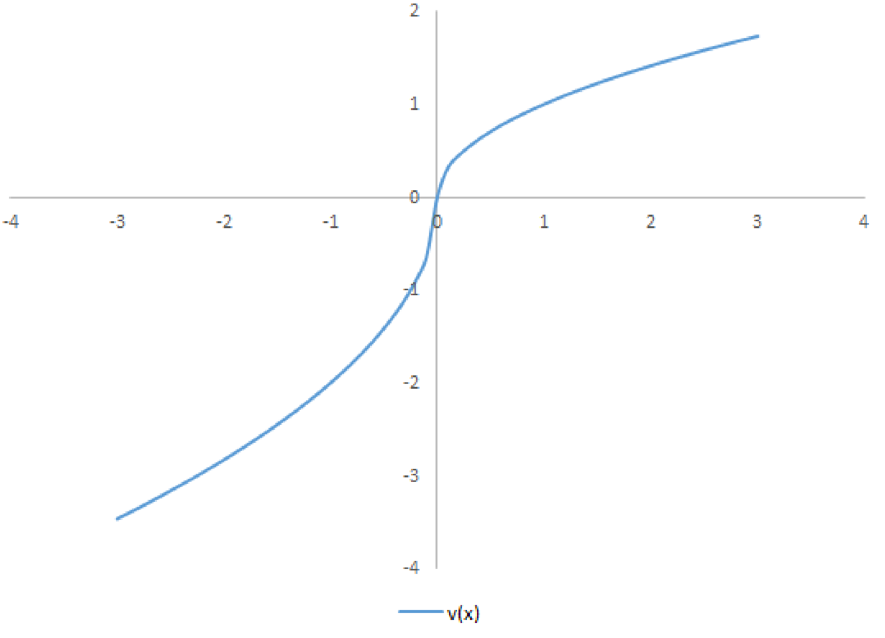
4) Thaler(1985) 참조

(설문) 당신은 동전을 던져서 앞면이 나오면 \$50를 지급하고 뒷면이 나오면 일정 금액을 받게 되는 게임에 참여할 것인가를 고려하고 있다. 당신이 이 게임에 참여하기 위해서 뒷면이 나올 때 받는 금액은 최소 얼마 이상이 되어야 하는가?

이 설문에 대한 응답자들의 평균 대답은 \$125라고 한다($\lambda = 2.5$). 즉, 이러한 게임에 참여하기 위해서 사람들은 최소한 손실의 2.5배의 이득을 요구하는 것을 알 수 있다.

가치함수의 형태는 α, β, λ의 값에 따라 달라진다. 예를 들어 $\alpha = \beta = 0.5$이고 $\lambda = 2$인 경우 가치함수의 형태는 〈그림 Ⅱ-1〉와 같다. 그림에서 이득 구간에서의 오목성 및 손실 구간에서의 볼록성 등 멱함수의 특성이 명확히 보이는 것을 알 수 있다. 실제로 많은 참고문헌에서 전형적인 가치함수의 모양은 이와 유사한 모양으로 표현되고 있다.

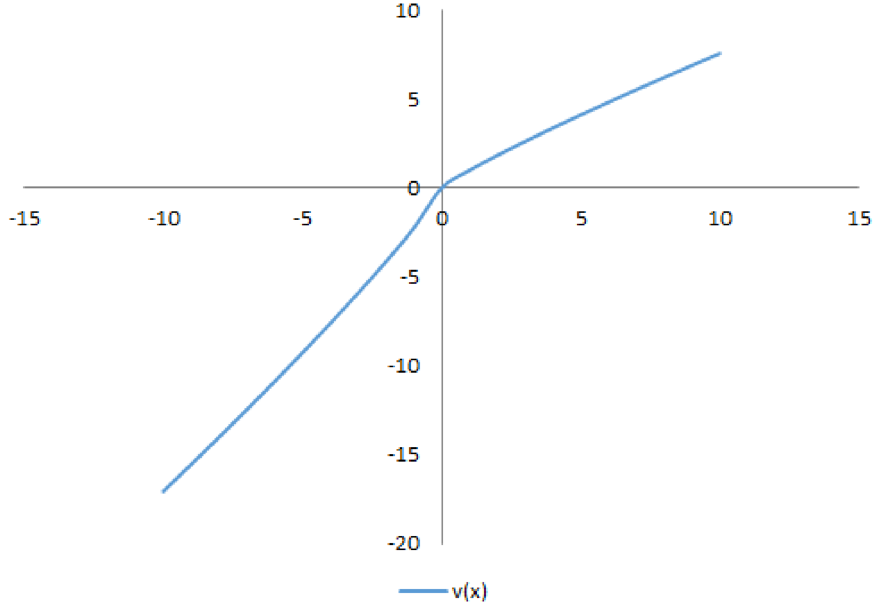
〈그림 Ⅱ-1〉 가치함수 형태($\alpha = \beta = 0.5$, $\lambda = 2$)



자료: $\alpha = \beta = 0.5$, $\lambda = 2$를 가정하여 저자가 작성

그러나 실제 많은 연구에서 측정된 실제 값을 사용하는 경우 가치함수의 형태는 상당히 변화한다. 예를 들어 Tversky and Kahneman(1992)의 모수 값인 $\alpha=\beta=0.88$과 $\lambda=2.25$를 사용한 경우 가치함수의 형태는 <그림 Ⅱ-2>와 같다.[5] α와 β의 값이 1에 가까우므로 민감도 체감성은 그다지 두드러지지 않으며 가치함수는 이득 구간이나 손실 구간에서 모두 직선처럼 보이게 된다.[6]

<그림 Ⅱ-2> 가치함수 형태(α = β = 0.88, λ = 2.25)



자료: α = β = 0.88, λ = 2.25를 가정하여 저자가 작성

2) 확률가중함수

Kahneman and Tversky(1979)는 초기에 제시한 전망이론에서 객관적 확률을 주관

5) 이들의 연구에서 α와 β값이 동일한 것은 우연한 결과임. 많은 연구들에서 이 두 모수의 값의 측정치는 상이한 것으로 나타나고 있음

6) 물론 이 경우에도 가치함수는 이득 및 손실 구간에서 모두 직선은 아님

적 확률로 변화하는 확률가중함수(Probability Weighting Function, π)를 정의하고 있다. 이 확률가중함수는 0과 1 사이의 범위에서 정의되며 연속적이고 볼록하다. 아울러 확률 0 근처에서는 45도 직선의 상부에 위치하며 그 외 대부분의 영역에서는 45도 직선의 하부에 위치하게 된다. 이들은 $\pi(0)=0$, $\pi(1)=1$로 설정했는데 이에 따라 확률가중함수는 0과 1의 값에서는 불연속적이 된다.

그러나 위의 방식으로 정의된 확률가중함수는 발생가능 상황이 다수인 경우에는 적용할 수 없다. 또한 무엇보다도 이 확률가중함수를 사용하는 경우 선택의 결과는 1차 확률지배(First-order Stochastic Dominance)의 특성을 지니지 못한다. 이에 따라 Tversky and Kahneman(1992)은 초기에 사용하였던 확률가중방식을 두 가지 방법으로 수정하게 되었다. 첫째, 가중치를 계산하는 방식으로 누적확률함수를 사용하였다. 이 방식은 Quiggin(1982)이나 Schmeidler(1989)가 사용한 바 있는 순위의존효용(Rank-dependent Utility)을 이용한 확률변형방식과 매우 유사하다. 둘째, 다음에 설명할 수정된 확률가중함수를 사용하였다. 이와 함께 이들은 이와 같이 수정된 전망이론을 누적전망이론(Cumulative Prospect Theory)이라고 명명하였다.

기대효용이론에서는 여러 상황하의 효용에 대해 상황이 발생할 객관적 확률이 가중치로 부여된다. 반면, 누적전망이론에서는 객관적 확률이 확률가중함수를 통하여 변형되므로 그 결과인 결정가중치(Decision Weights)와 객관적 확률은 동일하지 않을 수 있다. 따라서 모든 상황에 대한 객관적 확률은 1인 데 반하여 결정가중치의 합은 1이 되지 않을 수가 있다. 특히 발생확률이 낮은 결과에는 높은 가중치가, 발생확률이 높은 결과에는 낮은 가중치가 부여될 수 있다. 누적전망이론의 또 하나의 특성은 순위의존성(Rank Dependence)이다. 모든 결과를 가장 손실이 큰 결과로부터 가장 이득이 큰 결과로 순위를 정했을 때 발생확률이 동일하더라도 매우 크거나 작은 이익이나 손실에 대해서는 중간 규모의 이익이나 손실보다 높은 가중치가 부여된다. 아울러 손실과 이득에 대해 서로 상이한 확률가중함수가 적용된다.

이와 같은 누적전망이론의 특성을 나타내기 위하여 Tversky and Kahneman(1992)은 다음과 같이 발생확률(p)을 변환시키는 비선형 확률가중함수(w)를 제안하였다.

$$w^{+}(p) = \frac{p^{\gamma}}{[p^{\gamma} + (1-p)^{\gamma}]^{1/\gamma}}, \tag{2.2}$$

$$w^{-}(p) = \frac{p^{\delta}}{[p^{\delta} + (1-p)^{\delta}]^{1/\delta}}$$

이 함수는 $w(0)=0$, $w(1)=1$로 놓아도 일반성을 잃지 않는다. $w^{+}(p)$는 이득(즉, $x>0$인 경우)에 대한 확률가중함수이며 $w^{+}(p)$는 손실($x<0$)에 대한 확률가중함수를 의미한다.

Tversky and Kahneman(1992)이 측정한 모수 값을 사용한 경우 이득에 대한 확률가중함수의 모양은 〈그림 II-3〉과 같다.[7] 그림에서 확률이 값이 약 0.35 이하인 경우 실제 확률에 비하여 확률가중치가 높게 배정되며, 그 이상의 객관적 확률에서는 그보다 낮은 확률가중치가 배정되는 것을 알 수 있다.

의사결정 후 상이한 손익결과(x_i)가 나올 수 있는 모든 경우의 대상으로 결과를 크기에 따라 가장 작은 값부터 큰 값의 순으로 순위를 매기면 다음과 같다.

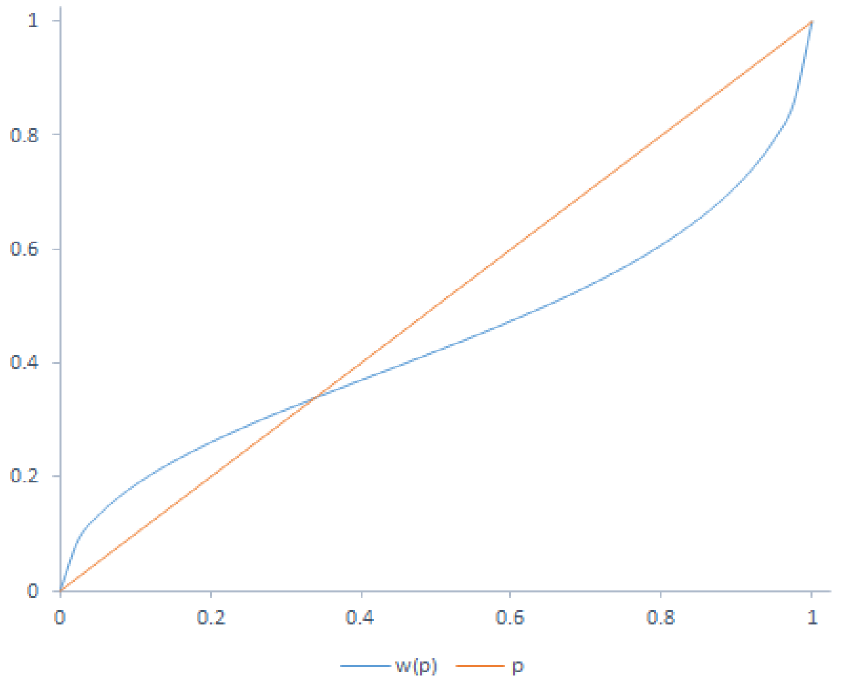
$$x_1 < x_2 < \cdots < x_k < 0 < x_{k+1} < \cdots < x_T$$

위의 순서에서 $x<0$는 손실, $x>0$는 이득을 의미한다. 주관적 확률, 즉 결정가중치인 π_i는 x_i의 누적확률에서 평가된 함수(w^{+} 또는 w^{-})의 변화분에 의해 측정된다. 즉, 각 상황에 대하여 최종 결정가중치는 다음과 같은 일련의 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \pi_1^{-} &= w^{-}(p_1), \quad i=1, && (2.3)\\ \pi_i^{-} &= w^{-}(p_1+\cdots+p_i) - w^{-}(p_1+\cdots+p_{i-1}), \quad 2 \le i \le k, \\ \pi_i^{+} &= w^{+}(p_i+\cdots+p_T) - w^{+}(p_{i+1}+\cdots+p_T), \quad k+1 \le i \le T-1, \\ \pi_T^{+} &= w^{+}(p_T), \quad i = T \end{aligned}$$

7) 손실에 대한 함수인 w^{-}의 형태도 유사함

〈그림 Ⅱ-3〉 이득에 대한 누적가중함수($w(p)$) 형태



자료: γ = 0.61을 가정하여 저자가 작성

3) 기대가치의 계산

전술한 가치함수 및 확률가중함수의 모수를 측정했다면 이 둘을 결합하여 의사결정 결과의 기대가치(Expected Value)를 계산할 수 있다. 이 개념은 효용함수와 객관적 확률을 안다면 기대효용을 구할 수 있다는 것과 동일하다. 이때 중요한 점은 기대효용이론에서는 의사결정 시점의 재산(또는 부)이 결과에 포함되지만 (누적)전망이론에서는 기준점에 따라 측정되는 이득 및 손해가 사용된다는 차이가 있다. 누전전망이론에서 가치함수와 결정가중치를 이용하면 의사결정의 결과에 대한 주관적 기대가치는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V = \sum_{t=1}^{T} \pi_i v(x_i) \qquad (2.4)$$

(예제)

간단한 예를 들어 누적전망이론이 제시하는 기대가치를 계산해보자. 주사위를 던져 홀수 면이 나오면 해당 면의 금액을 지급하지만 짝수 면이 나오면 해당 면의 금액을 수취하는 게임을 고려해보자. 각 면이 나타날 확률이 1/6로 동일한 주사위라면 결과에 따른 손익은 다음과 같이 요약될 수 있다. 문제를 단순화시키기 위하여 변형된 확률가중치는 객관적 확률과 동일하다고 가정하자.

〈표 Ⅱ-2〉 주사위 게임의 손익 도표

결과	1	2	3	4	5	6
게임으로부터의 손익	-1	+2	-3	+4	-5	+6
확률	⅙	⅙	⅙	⅙	⅙	⅙

자료: 저자가 작성

이제 각 결과(이득 또는 손실)와 그 결과에 상응하는 확률의 쌍으로 구성된 집합으로 표현해보자. 먼저 결과가 0 또는 이득이 나타나는 경우 각 결과 및 해당 확률의 집합은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f^{+} = (0, \frac{1}{2};\ 2, \frac{1}{6};\ 4, \frac{1}{6};\ 6, \frac{1}{6})$$

이것은 결과가 0이 될 확률이 1/2이고 2, 4 또는 6이 될 확률은 각각 1/6인 것을 의미한다.

같은 방식으로 결과가 0 또는 손실이 나타나는 경우는 다음과 같이 표현 가능하다.

$$f^{-} = (-5, \frac{1}{6};\ -3, \frac{1}{6};\ -1, \frac{1}{6};\ 0, \frac{1}{2})$$

이 게임의 주관적 기대가치는 $V = V(f^+) + V(f^-)$이므로 가치함수(v)와 확률가중함수(w^+ 및 w^-)에 대한 모수 값을 알면 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
V = \ & v(6)\cdot w^+\left(\frac{1}{6}\right) + v(4)\left[w^+\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right)-w^+\left(\frac{1}{6}\right)\right] \\
& v(2)\left[w^+\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right)-w^+\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right)\right] \\
& v(-1)\left[w^-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right)-w^-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right)\right] \\
& v(-3)\left[w^-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right)-w^-\left(\frac{1}{6}\right)\right] + v(-5)\cdot w^-\left(\frac{1}{6}\right)
\end{aligned}
$$

나. 모수추정에 대한 실증 결과

Tversky and Kahneman(1992)이 자신들이 1979년에 제시했던 전망이론을 개선한 누적전망이론의 모형을 제시하였으며 대학원생들을 대상으로 한 실험으로부터 $\lambda = 2.25$, $\alpha = \beta = 0.88$, $\gamma = 0.61$, $\delta = 0.69$로 추정하였다. 이후 수많은 심리학 및 경제학 연구들이 가치함수 및 확률가중함수의 모수들을 다양한 방법으로 추정해오고 있다.

Abdellaoui, Bleichrodt and L'Haridon(2008)은 상당수의 연구들을 분석한 후 가장 두드러진 결과는 가치(효용)함수가 이익보다는 손실에서 더욱 가파른(즉, 손실회피계수가 1보다 큼) 모양을 보이는 것이라고 주장하였다. 손실회피가 존재하는 것을 보인 많은 연구들에서 손실회피계수는 2~2.5 사이의 값으로 측정되고 있다. 그러나 실제로 손실회피계수의 측정치는 연구에 따라 매우 상이한 값을 보이는 경우도 많은데, 손실과 이익의 기준이 되는 기준점이 어떻게 정해지는가에 따라 매우 달라진다는 연구 결과도 상당히 존재한다(Ert and Erev 2008; Plott and Zeiler 2005). 특히 Plott and Zeiler(2005)는 실험의 참여자들에게 프레이밍 효과와 손실회피에 대해 명확하게 설명한 후에는 손실회피의 정도가 매우 줄어들며 경우에 따라서는 거의 나타나지 않는다는 결과를 제시하기도 하였다. 이들의 연구 결과는 위험하에서의 선택에서는 프레이밍이 매우 중요하며 교육이나 마케팅을 통하여 고객들의 손실회피 정도를 상당히 경감시킬 수 있다는 것을 의미하고 있다.

다. 누적전망이론을 적용한 흥미있는 연구들

1) 전화 수리 보험

Ciccheti and Dubin(1994)은 사람들이 전화 배선장치의 손상 위험에 대비하여 보험을 구입하는가를 파악하기 위하여 통신회사를 대상으로 행동경제학적인 연구를 수행하였다. 전화서비스를 제공하는 통신회사들은 배선손상의 수리를 위해 고객들로 하여금 $60의 수리비를 부담하게 하였는데 이 대신 월 $0.45의 보험료로 수리비 보험을 구입하게 하는 옵션을 새로 제공하였다. 통신회사들이 추정한 배선 손상의 빈도를 사용하면 수리비의 기대치는 약 $0.26였다.

연구자들은 손상 발생확률의 지역적 차이를 분석한 후 보험구입 성향의 차이가 실제 발생한 손상 확률과 연관이 있는지를 파악하였다. 이들은 양자 간의 연관성을 발견하고 이 정보를 이용하여 기대효용 모형의 모수들을 추정하였는데 이 과정에서 사람들이 전화배선 손상 확률을 비선형적으로 파악한다는 것을 발견하였다. 즉 실제로는 배선 손상이 발생할 확률이 거의 없음에도 사람들은 손상 확률을 과대추정하는 것으로 나타났다. 아울러 연구자들은 처음부터 보험에 가입하지 않은 사람들은 새로운 고객들에 비하여 수리비용 보험이란 옵션이 새로 제공되더라도 잘 구입하지 않는다는 것도 발견했다. 전자는 누적전망이론이 핵심인 확률의 비선형선을 의미하며 후자는 현상유지 편향(status quo bias)의 증거인 것을 알 수 있다.

2) 주식 프리미엄

누적전망이론을 재무영역에 적용한 대표적인 연구 중 하나는 주식 프리미엄에 대한 설명이라고 할 수 있다. 일반적으로 주식은 채권보다 가격 변동이 크므로 더 위험한 자산이며 이에 따라 리스크 프리미엄이 더 큰 것은 당연하다고 할 수 있다. 미국 자본시장에서 주식의 프리미엄은 채권보다 연 평균 8% 정도 높은 것으로 측정되었는데 이 수치는 오랜 기간동안 합리적인 차이로 인정되어 왔다. 그러나 Mehra and

Prescott(1985)가 이 프리미엄에 포함된 위험회피계수를 측정한 결과 이 수치는 지나치게 큰 것이 아닌가 하는 의심이 들게 되었다. 예를 들어, 이 정도의 리스크 프리미엄을 요구할 수 있는 위험회피계수를 지닌 개인은 앞면이 나오면 $50,000를 받고 뒷면이 나오면 $100,000을 받는 게임과 $51,209를 확정금액으로 받는 게임을 동일시해야 한다는 것이다.

그 이후 많은 재무경제학자들에게 주식 프리미엄이 왜 이렇게 높은가 하는 것은 매우 지난한 주제가 되었다. 행동경제학자인 Benartzi and Thaler(1995)는 전망이론을 이용하여 주식 프리미엄에 대한 매우 설득력있는 해석을 제시하고 있다. 이들은 투자자들이 수익률의 변동성에 대해 위험회피적인 것이 아니라 투자손실에 대해 위험회피적이라고 주장한다. 주식의 연간 수익률이 마이너스가 될 빈도가 채권보다 많기 때문에 손실을 회피하려는 투자자들은 이 위험을 보상받기 위하여 매우 높은 수준의 주식 프리미엄을 요구한다는 것이다. 이들은 주식의 수익률이 채권 수익률보다 마이너스가 될 빈도가 많은 짧은 기간을 가정하고 다양한 기간을 대상으로 수익률을 측정한 후 Tversky and Kahneman(1992)이 제시한 누적전망이론 모형 및 모수들의 값을 사용하여 투자자들의 가치함수를 추정하였다. 최종적으로 이들은 1년의 투자기간을 대상으로 할 때 주식 수익률이 채권에 비하여 8% 정도 높을 때 주식과 채권 수익률의 전망값(Prospect Value), 즉 투자자들이 느끼는 만족도가 일치한다는 결과를 도출하였다.

Barberis, Huang and Santos(2001)는 자산가격의 일반균형 모형에 손실회피를 포함하는 모형을 이용하여 주식 프리미엄을 분석하였다. 이들은 손실회피와 함께 공돈효과(House Money Effect)가 주식 프리미엄을 설명할 수 있다고 주장하였다.[8)]

3) 소비재의 가격탄력성

재화의 가격탄력성이란 수요량의 변화분(%)을 가격의 변화분(%)으로 나눈 값을

8) 공돈효과(House Money Effect)란 우발적 이익이 발생한 경우 이전보다 더 위험을 감수하려고 하는 심리 변화를 말함

의미한다. 실제로 소비재의 가격탄력성에 관한 다양한 연구들이 존재하고 있다. 행동경제학에 따르면 손실회피적인 고객들은 가격 하락으로 느끼는 만족도의 증가보다 동일한 가격 상승으로 인한 만족도의 감소(또는 불쾌감의 증가)가 더 크다고 한다. 따라서 가격 하락으로 인한 추가 구매보다 가격 상승으로 인한 구매 감소분이 더 클 것으로 예측할 수 있다. 이것은 손실회피로 인해 재화의 가격탄력성은 비대칭성의 특징을 지닌다는 것을 의미한다.

이에 대한 최초의 연구는 Putler(1992)이며 그는 계란에 대한 가격탄력성을 측정하여 비대칭성을 발견하였다. Hardie, Johnson and Fader(1993)는 전형적인 상표 선택 모형을 사용하여 가격탄력성을 측정하였다. 이들은 비록 상표에 대한 소비자의 효용은 관찰이 불가능하지만 구입 결과를 분석하면 그 효용을 추정할 수 있다고 주장하였다. 이들은 누적전망이론 모형을 이용하였는데 소비자의 구입가격을 기준가격으로 삼고 오렌지 쥬스의 현재가격을 이 기준가격에 비교하여 가격 상승 및 하락 시 효용의 변화를 측정하였다. 이들은 오렌지 쥬스란 소비재를 대상으로 비대칭적 가격탄력성을 발견하였으며 손실회피계수를 약 2.4로 추정하였다.

4) 처분효과

Shefrin and Statman(1985, 2000)은 개인의 주식보유에 대해 소위 처분효과(Disposition Effect)를 주장하였다. 이들은 투자자들은 주식투자 결과 가격이 상승할 때 효용이 증가하는 것보다 주가가 하락하여 손해가 발생할 때의 고통이 더 크다고 주장한다. 만일 이 주장이 맞다면 투자자들은 자신의 매입가격과 비교하여 가격이 하락한 주식은 오래 보유하려고 하는 반면 가격이 상승한 주식은 빨리 처분하려고 하는 성향을 보이게 될 것임을 예상할 수 있다.

이와 같은 처분효과는 기대효용이론에서 가정하는 합리적인 투자자의 성향과는 맞지 않는다. 합리적인 투자자는 향후 주가가 상승할 것으로 예측하면 주식을 계속 보유할 것이며 향후 주가가 하락할 것으로 예상하면 주식을 처분할 것이기 때문이다. 따라서 구입가격이 얼마였는가 하는 것은 향후 주식의 매도 또는 보유 의사결정과 무

관해야 한다. 아울러 자본이득에 대한 미국의 세제제도는 이익이 발생한 주식보다는 손실이 발생한 주식을 처분해야 더 유리하다.

이러한 처분효과의 존재에 대해 많은 연구들이 수행되었지만 가장 대표적인 현장 연구는 Odean(1998)의 연구라고 할 수 있다. 그는 특정 증권회사로부터 투자자들의 주식 매입과 매도에 대한 정보를 얻어 이를 분석하였다. 그는 투자자들의 중간값을 기준으로 주식 보유기간을 파악하였는데 손실이 발생한 주식들은 124일인 데 반하여 이익이 발생한 주식들은 훨씬 짧은 104일이라는 것을 발견하였다. 많은 투자자들은 현재 주식이 손실이 발생했더라도 향후 주가가 다시 상승하리라는 주가의 평균-회귀 특성을 믿고 있는 것으로 알려져 있다. 그러나 Odean의 표본에서는 손실이 발생한 주식의 수익률은 그 다음 해에 5% 정도에 지나지 않았다. 반면 이익이 발생한 주식의 그 다음 해의 수익률은 11%나 되는 것으로 나타나고 있다.

이러한 처분효과는 주식뿐만이 아니라 다른 자산에서도 발견되는 것으로 알려져 있다. 예를 들어 Genesove and Mayer(2001)는 주택에서도 상당 수준의 처분효과가 나타나는 것을 발견했다. 연구자들은 일반적으로 사람들은 주택가격이 구입한 가격 아래로 떨어져 손실을 입은 경우에는 매도 가격을 지나치게 높게 제시하여 주택이 매도될 때까지 다른 사람들에 비하여 매우 오래 기다린다는 증거를 제시하였다.

5) 로또 분석

로또(lotto)는 40~50개의 숫자들로부터 임의로 상이한 6개의 숫자를 선택하는 일종의 복권이라고 할 수 있다. 공개적으로 추첨된 6개의 숫자들과 자신이 선택한 숫자들이 일치하면 큰 상금을 받게 되지만 해당자가 없을 때는 다음으로 이월되어 새로운 상금에 누적되는 것이 일반적이다. 미국에서 로또는 1980년대에 일부 주들에 도입되었으며 현재 모든 주에서 판매하는 복권금액의 반 이상을 차지하고 있다.

Cook and Clotfelter(1993)는 로또의 판매 실적이 우승 확률에 영향을 받는지 또는 전체 상금의 크기에 영향을 받는지를 분석하였다. 연구자들은 주간(cross states) 분석에서 로또의 판매실적은 각 주의 인구 수와 매우 높은 양의 상관관계를 가지고 있으

며, 인구 수는 상금의 크기와 양의 상관관계를 지니고 있는 것을 발견하였다. 아울러 각 주별 분석에서 매주 판매실적은 다음으로 이연되는 금액의 크기와 매우 높은 양의 상관관계를 가지고 있다는 것도 발견하였다.

기대효용이론에서는 이와 같은 현상은 화폐에 대한 볼록한(convex) 형태의 효용함수로만 설명이 가능하지만 이 이론에서의 기본 가정은 오목한(concave) 효용함수이다. 반면 누적전망이론의 특징인 매우 낮은 확률의 과대추정 및 비민감성을 이용하면 이와 같은 예상 당첨 금액이 큰 로또가 많이 판매되는 현상을 보다 쉽게 설명할 수 있다.

3. 누적전망이론을 이용한 유보가격 측정 모형

가. 유보가격의 의의

재화나 서비스의 유보가격(Reservation Price)이란 고객이 지급할 의향이 있는 최대 지불의사가격(Maximum Willingness to Pay)을 의미한다. 유보가격에는 고객 자신이 재화나 서비스의 구입으로부터 얻게 되는 다양한 심리적 반응이 포함되어 있으므로 실제 지급하는 가격과는 차이가 난다. 예를 들어 특정 상품의 유보가격이 실제 가격보다 크면 고객은 이 상품을 자신이 지급할 의향이 있는 최대금액보다 더 낮은 가격으로 구입할 수 있다는 것을 의미한다. 이 경우 이 상품은 해당 고객에게 매력적으로 느껴질 것이며 소비자가 구입할 가능성이 높을 것이다. 반대로 유보가격이 실제가격보다 작으면 특별한 경우가 아니라면 소비자는 그 상품을 구입하려 하지 않거나 가격 할인을 원할 것이다.

아울러 구매 선택의 대상이 보험이나 연금 또는 기타 금융상품처럼 리스크와 관련이 있는 상품이라면 소비자의 위험회피성향이 유보가격에 매우 중요한 역할을 한다는 것을 알 수 있다. 위험회피성향은 유보가격을 상승시키고 위험선호는 유보가격을 하락시키기 때문이다.

이와 같이 유보가격을 측정할 수 있다면 이를 실제 가격과 비교하여 해당 상품이

나 서비스가 소비자에게 제공하는 심리적 매력도를 파악할 수 있다. 특히 기업 차원에서 유보가격에 대한 정보는 제품의 가격 결정, 소비자 만족도 제고를 위한 상품 개발이나 개선, 판매방식의 변경 등 다양한 전략에 반영할 수 있게 된다.

특정 상품의 실제 가격을 A라고 하고 고객이 이 상품을 구입하기 위해 지불할 용의가 있는 최대가격, 즉 유보가격을 A’라고 하자. 만일 A’ 〉 A라면 이 상품은 매력이 있는 반면 A’ 〈 A라면 매력이 없는 상품이라고 할 수 있다. 이 경우 유보가격을 실제가격에 대한 상대적인 크기로 표시하면 보다 이해가 쉽다. 즉, RP(Reservation Price) = A’/A로 놓으면 유보가격은 실제가격에 대한 상대적 비율로 계산되므로 RP가 1보다 크면 매력적인 상품이 될 것이다. 또는 RP = Z/A + 1로 표현한다면 Z 〉 0인 경우 매력적인 상품이 되는 것을 알 수 있다.

유보가격과 유사하지만 상이한 개념으로 최소 수용의사가격(Minimum Willingness to Accept)이 있다. 최소 수용의사가격은 소유하고 있는 재화나 서비스를 포기하거나, 또는 불리한 상황을 택해야 하는 대가로 요구하는 최소금액를 의미한다. 개인이 매입 및 매도를 할 수 있는 일반 재화나 서비스의 경우에는 유보가격과 최소 수용의사가격의 측정이 모두 가능하며 양 가격 차이에 대한 행동경제적 분석도 가능하다. 유보가격이나 최소 수용의사가격 모두 중요한 경제적 의미를 가지고 있다. 그러나 그 상품이 보험이나 연금계약인 경우에는 고객을 중심으로 유보가격의 측정이 보다 의미가 있다.[9] 반면 보험이나 연금을 제공하는 보험회사를 중심으로 분석할 때는 최소 수용의사가격이 더욱 의미가 있을 것이다.[10]

나. 보험 및 연금의 유보가격 측정 연구

다른 소비재에 비하여 보험 및 연금 분야에서 행동경제학을 이용하여 유보가격을 측정한 연구들은 그다지 많다고는 할 수 없다. 이 분야의 최초의 연구는 Johnson,

9) 일반 고객은 보험이나 연금계약을 제공하지 않기 때문임

10) 물론 보험회사도 다른 보험회사로부터 재보험 등 보험을 구입하기도 함. 이 경우에는 보험을 구입하는 보험회사의 유보가격도 중요한 의미를 지님

Hershey, Meszaros and Kunreuther(1993)에 의해 수행되었다. 이 연구의 목적은 유보가격을 직접 측정하는 것이 아니라 질문의 프레이밍이 보험 소비자의 주관적 확률에 어떤 영향을 미치는가를 살펴보는 것이다. 연구자들은 항공보험, 자동차보험 그리고 장애보험에 대한 설문조사를 통하여 응답자의 유보가격을 얻었다. 분석 결과 각 보험 구성요소의 유보가격들의 합이 구성요소를 모두 제공하는 포괄적인 보험의 유보가격을 상회하는 이상현상과 함께 질문의 프레이밍이 유보가격에 매우 중요한 역할을 한다는 것을 발견하였다.

Hu and Scott(2007)는 Tversky and Kahneman(1992)이 제시한 누적전망이론 모형 및 모수 값을 이용하여 연금의 유보가격을 측정하였다.[11] 이들은 65세 미국 남성을 가정하여 연금 개시 연령이 달라질 때 누전전망이론과 기대효용이론에서의 유보가격을 비교하였다. 그 결과 기대효용이론에서의 유보가격은 항상 순보험료보다 큰 데 반하여 누적전망이론에서의 유보가격은 거의 대부분 순보험료를 하회하는 것으로 나타났다. 이들은 이러한 결과가 연금퍼즐의 일부를 설명할 수 있다고 주장하였다.

Hansen, Jacobson and Lau(2016)는 자동차 및 주택보험을 대상으로 덴마크 가계들의 지불의사가격을 측정하였다. 이들은 덴마크의 대형 보험회사로부터 자료를 입수하였으며 이 자료와 함께 현장 실험 결과 및 덴마크 통계청의 가계 소득 및 재산 등을 이용하여 개인의 위험성향과 주관적 할인율을 측정하였다. 이들은 누적전망이론 모형이 아닌 순위의존효용모형 및 CRRA(Constant Relative Risk Aversion) 효용함수를 사용하여 함수의 모수 및 지불의사가격을 측정하였으며 그 결과를 기대효용이론을 사용한 지불의사가격과 비교하였다. 이들의 연구에서 기대효용이론에서의 지불의사가격은 순보험료를 약간 상회하는 것으로 나타난 반면, 순위의존효용이론에서의 지불의사가격은 순보험료를 최대 600%나 상회하는 것으로 나타났다.

11) 아쉽게도 이 논문에는 누적전망이론을 이용하여 연금의 유보가격을 측정하는 구체적인 방법이 기술되지 않고 있음

다. 보험으로부터의 이득과 손실

누적전망이론은 선택의 결과는 위험을 포함하고 있으며, 준거점과 비교하여 결과가 이득 또는 손실이 되는가에 따라서 해당 의사결정의 가치가 결정된다는 것을 의미한다. 전망이론은 원래 복권(또는 투기적 위험 게임)을 대상으로 한 것이므로 보험이나 연금에 적용하기 위해서는 다소 조정이 필요하다. 예를 들어, 도박에서의 준거점으로는 현재의 재산상태가 사용되는 것이 일반적이지만 보험이나 연금에 대한 의사결정 문제라면 해당 계약을 구입하지 않은 상태를 기준점으로 정하는 것이 보다 자연스러울 것이다.

보험이나 연금의 유보가격을 측정하기 위해서는 먼저 각 계약으로부터의 이득과 손실을 파악하여야 한다. 이를 위해 사고가 발생할 확률이 p이며 사고가 발생하지 않을 확률은 1-p인 매우 간단한 위험 상황을 가정해보자. 사고가 발생하면 개인은 L의 손실을 부담해야 한다.[12] 이 개인은 초기 재산 W를 보유하고 있으며 손실이 발생하면 전액을 보상하는 전부보험을 순보험료로 구입할 수 있다고 가정하자.[13]

이 예에서 순보험료는 확률×손실액인 pL이 된다. 만일 이 개인이 심적회계에 따라 보험계약을 다른 재산과 함께 고려하지 않고 계약 자체로부터의 이득이나 손실만 고려한다면 사고의 발생 여부에 따라 보험으로부터의 손익은 <표 Ⅱ-3>으로 표현할 수 있게 된다. 즉 사고가 발생하지 않으면 이 개인은 보험료(pL)만 낭비한 것이라고 간주할 수 있다. 이 때 손실은 보험을 구입하지 않았을 때의 재산인 W를 기준점으로 산정되며 손실규모는 ―pL(< 0)이 된다. 반면 사고가 발생하면 손실이 L만큼 발생하지만 보험회사가 동일한 금액을 지급해준다. 이 경우 기준점은 보험을 구입한 후의 재산인 W-pL이 된다. 계약자는 이 경우 보험을 구입하지 않았다면 L의 손실이 발생하지만 보험의 구입으로 인해 그 금액을 절감하게 된다고 느끼게 된다. 따라서 미리 납입한 보험료 pL을 고려하면 사고 발생 시 보험으로 인한 이익(또는 지급액의 절감)은

12) 이 상황은 Rothschild and Stiglizt(1976), Schmidt(2016)에서 가정한 위험 상황과 동일함

13) 여기에서 반드시 계약자가 순보험료를 지급한다고 가정할 필요는 없음. 그러나 보험시장이 경쟁적이라면 보험회사의 이익은 0에 가까워질 것임

L-pL(〉 0)이 되는 것을 알 수 있다.

이제 각 상황에 대한 결과(x_i)를 얻었으므로 이 개인의 가치함수(v)와 확률가중함수(w^+와 w^-)를 알 수 있다면 각 상황의 결정가중치인 $\pi^+(x_i)$와 $\pi^-(x_i)$를 계산할 수 있다. 아울러 이러한 정보로부터 식(2.3)을 이용하여 이 보험계약의 심리적 가치 및 유보가격을 측정할 수 있다.

〈표 Ⅱ-3〉 간단한 손해보험에서의 이득과 손실

구분	무사고	사고
확률	1-p	p
기준점	W	W-L
최종 재산	W-pL	W-pL
손실/이득	-pL(손실)	L-pL(이득)

자료: Schmidt(2016)를 참고로 저자가 작성

라. 생명보험과 종신연금의 유보가격 측정 모형

본 연구에서는 누적전망이론을 이용하여 생명보험 및 종신연금의 유보가격을 측정하는 방법을 상세히 기술하여 한다. 그 이유는 저자가 이해하는 한 생명보험에서는 누적전망이론을 이용하여 유보가격을 측정한 연구가 존재하지 않기 때문이다. 아울러 연금에서는 Hu and Scott(2007)의 연구가 존재하지만 이들의 논문에는 누적전망이론에 대한 설명 및 유보가격의 측정 결과만 나와 있을 뿐 구체적인 측정방법이 기술되어 있지 않다. 게다가 이 연구에서는 매우 단순한 형태의 연금에 대해서만 유보가격이 측정되어 있는 반면 본 연구는 매우 다양한 형태의 연금들에 대하여 유보가격을 측정하려고 하기 때문이다.

1) 생명보험

먼저 피보험자가 사망 시 수익자가 해당 연도 말에 100을 보험금으로 지급받는 종

신보험을 일시납 보험료로 구입할 수 있는 경우를 고려해보자. 이 종신보험의 일시납 보험료를 A, 연 이자율이 r일 때 현재 가치 1의 n년 후 미래가치(Future Value)를 계산하는 식을 $FV(r,n)$이라고 하자.[14] 피보험자가 계약 후 1년 이내에 사망하면 수익자는 그 해 말 보험금 100을 받게 된다. 수익자가 망자의 사망으로부터 느끼는 심리적 고통이나 연민을 배제하고 순수하게 보험으로부터의 경제적인 가치만 고려하면 이 수익자의 이익 또는 손실은 $100-A \cdot FV(r,1)$이 될 것이다.[15] 즉, 수익자는 피보험자의 사망으로 인하여 첫째 해의 말에 보험금 100을 받게 되지만 1년 전(보험의 계약 시점) A의 보험료를 납입했으므로 보험금 수취 시점에서는 보험금에서 A의 미래가치(기회비용)를 공제해야 한다.

만일 피보험자가 계약 이후 1년과 2년 사이에 사망한다면 수익자는 2년 말에 100을 수취하게 된다. 하지만 이 경우에도 계약 시점에서 이미 지급한 일시납 보험료의 기회비용을 고려해야 하므로 보험계약으로부터의 이득 또는 손실은 $100-A \cdot FV(r,2)$가 되는 것을 알 수 있다.

모든 사람들이 연령 ω 또는 그 이전에 모두 사망한다고 가정하자. $t=1,2,..,T$를 가입 후 경과 기간(년)이라고 하면 $T=\omega-$가입연령이 된다. 따라서 가입 후 매 시점 일시납 종신보험으로부터의 손익(y_t)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$t=1,\quad y_1=100-A \cdot FV(r,1)$ (피보험자가 계약 후 1년 이내 사망),

$t=2,\quad y_2=100-A \cdot FV(r,2)$ (피보험자가 1년과 2년 사이 사망),

.

.

$t=s,\quad y_s=100-A \cdot FV(r,s)$ (피보험자가 s-1년과 s년 사이 사망),

.

.

$t=T,\quad y_T=100-A \cdot FV(r,T)$ (피보험자가 T-1년과 T년 사이 사망)

---

14) $FV(r,n)$는 복리 방식에 따라 달라짐. 예를 들어 연 복리를 가정하면 $(1+r)^n$, 월복리를 가정하면 $(1+r/12)^{12n}$, 연속복리를 가정하면 e^{rn}이 될 것임

15) 모형을 단순화하기 위하여 수익자가 보험의 계약자, 즉 보험료의 납입자라고 가정

일시납 종신보험으로부터의 이득 또는 손실 여부는 y_t의 부호에 따라 결정된다. 즉, $y_t > 0$이면 이득, $y_t < 0$이면 손실로 간주할 수 있다. 일시납 종신보험인 경우 수령액은 100으로 고정되어 있지만 가입 시 일시에 납입한 보험료의 미래가치는 시간의 경과에 따라 증가한다. 따라서 x_t는 가입 후 시간이 경과할수록 감소하는 것을 알 수 있다. 즉, 계약 후 일정 기간까지는 $y_t = 100 - A \cdot FV(r,t) > 0$가 되어 이득으로 계산되지만 그 이후에는 y_t의 부호가 바뀌어 손실로 계산된다.

아울러 사람은 평생 1회 사망하기 때문에 전술한 T개의 경우는 모두 상호 배타적인 상황인 것을 알 수 있다. 또한 각 상황이 발생할 객관적 확률(즉, 사망 확률)은 피보험자의 특성(연령, 성별 등) 및 사망표를 이용하면 쉽게 계산할 수 있다.

누적전망이론은 순위에 의존하므로 위의 방법으로 각 상황의 이득 또는 손실을 구한 후 그 크기에 따라 가장 손실이 큰 것부터 가장 이득이 큰 순서대로 배열해야 한다. 이후 가장 작은 것부터 가장 큰 순으로 손실 또는 이득을 다음과 같이 x_i로 새롭게 명명한다.

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_k < 0 < x_{k+1} < \cdots < x_T$$

$y_t(t = 1,2,..,T)$를 그 크기에 따라 배열한 후 그 순서대로 x_i $(i = 1,2,..,T)$로 재명명하면 그 의미가 달라진다. 전자는 계약 후 t시점이 경과한 후에 보험수익자가 얻게되는 손익이지만 후자는 전체 상황의 손익 중 그 크기로 i번째로 작은 것을 의미한다. 따라서 t가 i로 변함에 따라 그에 상응하는 해당 상황의 손익과 객관적 확률을 사용하여야 한다. 예를 들어 y_T가 가장 작은 값(가장 큰 손실)이라면 y_T는 x_1이 될 것이며 y_T를 발생시키는 상황의 객관적 확률이 p_1으로 사용되어야 한다.

다행스럽게도 일시납 종신보험인 경우 손익이 단조성의 특성을 지니므로 다른 형태의 생명보험이나 연금상품에 비하여 이러한 변환이 수월하다. 즉, y_1은 가장 큰 이익이므로 x_1이 되고, y_T는 가장 작은 값(최대 손실)이므로 x_1이 된다. 그 사이의 값들은 y_{T-1}은 x_2, y_{T-2}는 x_3 등으로 일정하게 순서만 변경하면 될 것이다.

이제 순위에 따라 배열된 각 상황의 손익(x_i)에 식(2.1)을 적용하여 각 상황의 주관

적 가치($v(x_i)$), 즉 효용을 계산한다. 물론 이 때 식(2.1)에 필요한 3가지 모수들 (α, β, λ)의 값이 필요하다. 아울러 확률가중함수인 식(2.2)와 개별 상황의 가중확률을 계산하는 식(2.3)을 이용하여 각 상황의 주관적 누적가중확률과 상황별 가중확률(π_i)을 계산한다. 이 경우 γ, δ에 대한 모수 값이 필요하며 손실 구간과 이득 구간별로 상이한 확률가중함수가 사용된다. 필요한 모든 값들이 구해지면 다음 식에 의하여 종신생명보험의 주관적 가치를 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$V = \sum_{t=1}^{T} \pi_i v(x_i) = \sum_{t=1}^{k} \pi_i^- v(x_i) + \sum_{t=k+1}^{T} \pi_i^+ v(x_i) \tag{2.5}$$

일시납 보험료를 A라고 할 때 식(2.5)를 이용하여 측정한 종신보험의 가치가 0보다 크면 이 보험의 유보가격은 A보다 클 것이며 종신보험의 가치가 0보다 작으면 유보가격은 A보다 작게 된다. 즉, 유보가격은 위의 식(2.5)를 0으로 만드는 보험료라고 할 수 있다. 따라서 실제 납입하는 일시납 보험료 A 대신 A’를 사용한 후 식(2.5)를 0으로 만드는 A’를 극대화 방법을 사용하여 구하면 유보가격을 계산할 수 있다. 이 때 유의할 것은 A’의 값을 변경할 때 손익의 크기가 변화하여 그 순서가 변경될 수 있다는 것이다. 이 경우 물론 각 상황에서의 가치가 변경되며 새로운 순서에 맞는 객관적 확률을 사용하여 주관적 가중치를 새로 계산하여야 한다.

이러한 방식으로 유보가격 A’를 구하면 그 가격은 사망보험금 100을 수령하는 경우의 유보가격으로서 절댓값으로 표현된다. 따라서 보다 이해를 쉽게 하기 위하여 유보가격을 실제 납입하는 보험료에 대한 상대적인 비율(A’/A)로 표현하는 것이 편리하다. 유보가격이 1보다 크면 그 보험상품은 A’를 납입할 의향이 있음에도 그보다 작은 A로 구입할 수 있기 때문에 매력적인 계약으로 느껴지게 된다. 유보가격이 1 미만이면 가격만으로는 매력적인 계약이라고 보기 어려울 것이다.

같은 방식으로 보험기간이 한정되어 있는 정기생명보험과 생사혼합보험의 유보가격도 측정할 수 있다. 특히 생사혼합보험은 일정 기간 이내에 피보험자가 사망하지 않으면 만기에 일정액을 수령하므로 만기에서의 손익이 정기보험과는 매우 상이한 것에 유의해야 한다.

2) 연금

연금의 유보가격 측정에서는 생명보험보다 더 많은 사항들을 고려해야 한다. 먼저 종신연금 중 가장 간단한 일시납 종신연금 중 가입 즉시 연금을 지급하는 즉시연금을 대상으로 유보가격을 측정하는 방식을 이해해보자. 생사에 관계없이 일정 기간 동안 연금을 지급하는 지급보증 기간은 없다고 가정한다.[16] 이 즉시연금의 일시납 보험료를 A라고 하자. $FV(r,n)$는 생명보험의 정의와 동일하다. 이와 함께 연 이자율이 r일 때 향후 n년 동안 매년 말 1을 수령하는 현금흐름의 n년 후 미래가치를 계산하는 식을 $FVA(r,n)$이라고 하자.[17] 연금 계약자의 생존 여부는 매년 초 파악되며 생존하면 연초에 연금 100을 받게 되지만 사망하면 연금은 이후 더이상 지급되지 않는다.

이제 순수하게 연금으로부터의 경제적인 가치만 고려해보자. 계약자가 가입 후 1년 이내에 사망한다면 이 계약자는 2년째부터는 연금을 받지 못하므로 계약 시 연금 100을 받고 A의 일시납 보험료를 납입한 것이 모든 현금흐름이 될 것이다. 따라서 계약자의 이익 또는 손실은 $100-A$가 될 것이다. 이 식은($FVA(r,1)=1$이고 $FV(r,0)=1$이므로) $100 \cdot FVA(r,1)-A \cdot FV(r,0)$과 동일하다.

만일 계약자가 계약 이후 1년과 2년 사이에 사망한다면 수익자는 계약 시점과 계약 1년 후에 각각 100을 수취하게 된다. 따라서 계약 1년까지 수령한 연금의 가치는 $100(1+r)+100 = 100 \cdot FVA(r,2)$가 된다. 하지만 이 경우에도 계약 시점에서 이미 지급한 일시납 보험료의 기회비용(A의 미래가치인 $A \cdot FV(r,1)$)을 고려해야 한다. 따라서 이 경우 연금계약으로부터의 이득 또는 손실은 $100 \cdot FVA(r,2)-A \cdot FV(r,1)$이 되는 것을 알 수 있다.

같은 방법을 이용하면 가입 시점부터 사망 시까지 각 상황의 연금으로부터의 손실이나 이득(y_t)은 다음과 같이 표현할 수 있다. 연금에서도 생명보험의 경우와 같이 가입 후 T년이 경과하기 전 모든 사람들이 사망한다고 가정한다.

---

16) 이 가정은 실증연구 시 완화될 것임. 다음 장에는 지급보증 기간이 없는 경우는 물론 10년 및 20년 등 다양한 지급보증 기간이 있는 경우의 종신연금의 유보가격도 함께 측정됨

17) 연 복리를 가정하면 $FVA(r,n) = [(1+r)^n-1]/r$이 될 것임

$t=0,\quad y_1 = 100 \cdot FVA(r,1) - A \cdot FV(r,0)$ (가입 후 1년 이내 사망),

$t=1,\quad y_2 = 100 \cdot FVA(r,2) - A \cdot FV(r,1)$ (가입 후 1년 후부터 2년 이내의 기간 내에 사망),

.

.

$t=s,\quad y_s = 100 \cdot FVA(r,s) - A \cdot FV(r,s-1)$ (가입 후 s-1년 후부터 s년 이내의 기간 내에 사망),

.

.

$t=T-1,\quad y_T = 100 \cdot FVA(r,T) - A \cdot FV(r,T-1)$ (가입 후 T-1년 후부터 T년 이내의 기간 내에 사망)

가입 후 T년 후에는 모든 사람이 사망하므로 연금의 지급이 없다. 모든 상황은 동시에 발생할 수 없으므로 상호배타적이다. 또한 각 상황이 발생할 객관적 확률(즉, 사망 확률)은 연금 계약자의 특성 및 사망표를 이용하면 쉽게 계산할 수 있다. 이러한 방식으로 일시납 즉시연금으로부터의 이득 또는 손실인 y_t를 구한 후 유보가격을 구하는 절차는 전술한 생명보험의 방법과 동일하다. 아울러 유사한 방법으로 거치연금, 일정기간 지급보증연금 등의 유보가격도 측정할 수 있다.